

## 師大數學系轉系、輔系考試試題

說明：

- 本試卷共 10 題，每題 10 分。滿分為 100 分。
- 試題中， $\mathbb{R}$  代表實數系。

1. 找出兩整數  $a, b$  使得  $47a - 56b = 1$ 。

2. 解下列對數不等式：

$$12(\log_2 \sqrt{x})^2 - 7\log_2 x - 10 > 0.$$

3. 坐標平面中有一等腰三角形  $ABC$ ，其中  $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ 。設點  $H$  為  $\triangle ABC$  的垂心，將  $\overrightarrow{AH}$  寫成  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{AC}$  的線性組合  $\overrightarrow{AH} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$  時，兩實數  $x, y$  分別等於多少？

4.  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  的所有子集中，有多少個所包含的奇數個數比所包含的偶數個數多？

5. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ 。若  $A^6 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則  $b$  之值為何？

6. Let  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be the function given by  $f(x) = 3x^5 - 10x^4 + 7$ . Find the point(s) of inflection of the graph of  $f$ .

7. Let  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be a continuous function. If

$$\int_0^{2x} t f(t) dt = \sin x - x \cos x,$$

determine  $f(\pi/2)$ .

8. Find the definite integral

$$\int_1^3 \sqrt{x} \ln x dx.$$

9. Find the interval of convergence of the power series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-2)^n}{n2^n}.$$

10. Let  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be a function. A real number  $c$  is called a *fixed point* of  $f$  if  $f(c) = c$ . Prove that if  $f$  is differentiable on  $\mathbb{R}$  and  $f'(x) < 1$  for all  $x \in \mathbb{R}$ , then  $f$  has at most one fixed point.