1. 空間中兩個曲面 $F: xyz = 1$ 與 $G: x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$ 及其一交點 $P(1,1,1)$。
   (a) 求曲面 F 在點 P 處的切平面方程式。(5 分)
   (b) 求曲面 G 在點 P 處的法線方程式。(5 分)
   (c) 求曲面 F 與 G 的相交曲線在點 P 處的切線方程式。(5 分)

2. 考慮函數 $f(x,y,z) = x^2e^{2y}\cos(3z)$，求在曲線 $x = \cos t$，$y = \ln(t+2)$，$z = t$ 上一點 $(1, \ln 2, 0)$ 處的導數 $\dfrac{df}{dt}$ 值。(10 分)

3. 計算下列疊代積分 (逐次積分)(iterated integral)：
   (a) $\displaystyle\int_0^2 \int_x^2 2y^2 \sin(xy)\, dydx$ (6 分)
   (b) $\displaystyle\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \cos(x^2+y^2)\, dydx$ (6 分)
   (c) $\displaystyle\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^{\frac{y}{2}+2} y^3(2x-y)e^{(2x-y)^2}\, dxdy$ (8 分)

4. 求函數 $f(x,y) = \ln(x+y) - x^3 - y$ 所有的相對極小值 (local maxima)、相對極大值 (local minima) 及鞍點 (saddle points)。(10 分)

5. 考慮函數 $f(x,y,z) = xe^y + z^2$ 及其定義域上一點 $P(1, \ln 2, \frac{1}{2})$。
   (a) 求 f 在點 P 處的梯度 (gradient)。(5 分)
   (b) 用 (a) 來求 f 在點 P 處沿方向 $\vec{\mathbf{v}} = 3\vec{\mathbf{i}} - 2\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$ 的方向導數 (directional derivative)。(5 分)
   (c) 求 f 在點 P 處遞增最遽烈的方向。(5 分)

6. 方程式 $xz + y\ln x - x^2 + 4 = 0$ 中 x 是由獨立變數 y 與 z 所組成的函數，假設偏導數 (partial derivative) 均存在，試求偏導數 $\dfrac{\partial x}{\partial z}$ 在點 $(1,-1,-3)$ 處的值。(10 分)

7. 使用圓柱座標 (cylindrical coordinate) 或球面座標 (spherical coordinate) 來求下列指定的固體區域體積。
   (a) 在圓柱體 $(x - \frac{3}{2})^2 + y^2 = \frac{9}{4}$ 中以 xy-平面為底，平面 $z = 5 - y$ 為上界所圍成的固體區域。(10 分)
   (b) 在球面 $x^2 + y^2 + (z - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ 的外面及上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ z \geq 0$ 裡面的固體區域。(10 分)