

國立台灣師範大學110學年度微積分乙(一)期末考

考試規範：無計算過程或說明不給分。

1. (64分) 計算下列積分。(Evaluate the following integrals)

- | | |
|--|---|
| (1) $\int_1^4 (\frac{2}{x^3} - \sqrt{x}) dx$ | (2) $\int x^2 \sqrt{x+1} dx$ |
| (3) $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ | (4) $\int \cos \sqrt{x} dx$ |
| (5) $\int e^x \cos 2x dx$ | (6) $\int \frac{2}{16x^2 - 1} dx$ |
| (7) $\int \sqrt{9-x^2} dx$ | (8) $\int_4^6 \frac{1}{\sqrt{8x-x^2}} dx$ |

2. (10分) 使用羅畢達法則計算以下的極限。(Apply L'Hopital's rule to evaluate the limits)

- | | |
|--|--|
| (1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$ | (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x - \frac{\pi}{2})}{x-1}$ |
|--|--|

3. (8分) 計算由 $y = 2 - x^2$, $x = 0$, $x = 1$ 和 $y = 0$ 所圍的區域, 繞 y -軸所得旋轉體的體積。

(Find the volume of the solid formed by revolving the region bounded by the graphs of

$y = 2 - x^2$, $x = 0$, $x = 1$ 和 $y = 0$ about y -axis.)

4. (8分) 求曲線 $y^2 = \frac{4}{9}(x+1)^3$ 由 $x = 2$ 到 $x = 7$ 的弧長。

(Find the arc length of the graph of $y^2 = \frac{4}{9}(x+1)^3$ on the interval $[2, 7]$.)

5. (10分) 計算以下瑕積分。(Evaluate the following improper integrals)

- | | |
|----------------------------------|-------------------------|
| (1) $\int_0^\infty x e^{-2x} dx$ | (2) $\int_0^1 \ln x dx$ |
|----------------------------------|-------------------------|

6. (加分題 5分) 證明下列積分值相等 (Prove the following identity.)

$$\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^n x dx$$

其中 n 是正整數。(n is a positive integer.)