

109 學年度高級中學數學科能力競賽複賽試題

南區（台南區） 筆試（二） 編號：_____

注意事項：

- (1)時間分配：1 小時
- (2)本試卷共四題，滿分 21 分。第一題 5 分，第二題 5 分，第三題 5 分，第四題 6 分。
- (3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4)不可使用電算器。
- (5)試題與答案卷一同繳回。

一、假設 S 是個包含 10 個相異兩位數整數的集合。證明一定可以從 S 中找出兩個不同的子集使得它們的元素總和一樣。

二、求方程式 $\frac{x+y}{x^2-xy+y^2} = \frac{3}{13}$ 的所有整數解。

(提示： $x^2 - xy + y^2 = \frac{1}{4}((x+y)^2 + 3(x-y)^2)$)

三、已知 $a^3 + 8b^3 + 12ab = 8$ ，且 $a < 0$ ， $b < 0$ ，求 $a + 2b$ 之值為何？

四、設 $f(x) = ax^2 - (a-b)(x-1) + c$ ， $a \neq 0$ 。若 $|x| \leq 1$ ，則 $|f(x)| \leq 2$ 。當 $|x| \leq 1$ 時，試求 $|bx + 2a|$ 的最大值。