國立台灣師範大學數學系

101 學年度大學甄選入學指定項目甄試試題

筆試二　填充題

說明與注意事項：
(甲) 本試卷共十題（分成兩頁），每題 10 分，合計 100 分。
(乙) 時間分配：90 分鐘（下午 3：30～5：00）。
(丙) 請將答案寫在答案本內，否則不予記分。
(丁) 答案需註明題號，但不需寫計算過程，答案若爲分數請化爲最簡分數。
(戊) 交卷時答案本與本試卷一併交回。

1. 已知$i^2=-1$，則 $\sum_{k=0}^{30} i^k \sin(60+120k)^\circ=$ __(一)__ 。

2. 滿足方程式 $1+\log_9(x-2)=\log_3(x-6)$ 的所有實數解爲 __(二)__ 。

3. 函數 $f(x)=x^{\log(x^2)-1}$ 在範圍 $1\le x\le 100$ 中的最小值爲 __(三)__ 。

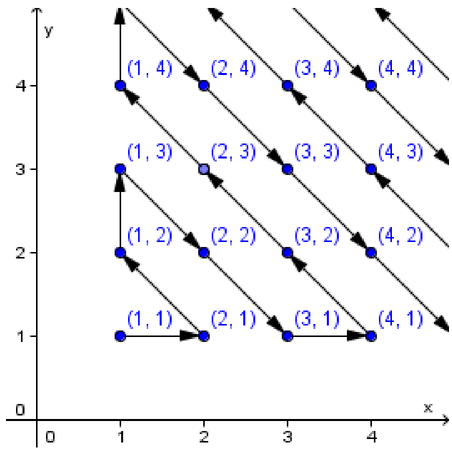
4. 若數列$\langle\theta_n\rangle$滿足 $\cos\theta_n=1-\frac{1}{2n^2}$ ，則$\sum_{n=1}^{\infty}\tan^2\left(\frac{\theta_n}{2}\right)=$ __(四)__ 。

5. 方程式$x^2-2x-1-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}=0$的所有**實數根**之和爲 __(五)__ 。

6. 設矩陣$A=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$，求 $A^{2012}=$ __(六)__ 。

7. 一個正立方體的六個面的面中心可以形成一個以此六個中心為頂點的正八面體，而此正面體的八個面的面中心又可以形成一個以此八個中心為頂點的正立方體。試問原立方體與新形成立方體的體積比值為__(七)__。

8. 根據右圖的規律，將坐標平面在第一象限內 x, y 坐標都是整數的點依次排序而不遺漏，例如：第 1 點(1,1)、第 2 點(2,1)、第 3 點(1,2)、第 4 點(1,3)、第 5 點(2,2)、第 6 點(3,1)、第 7 點(4,1)…。試問第 1000 點的坐標為__(八)__。



9. 有 6 個外型相同的硬幣，其中 2 個是均勻的，出現正、反面的機率相等；另外 4 個是不均勻的，出現正面的機率是 $\frac{1}{3}$ 、反面的機率是 $\frac{2}{3}$ 。今隨機取出一個硬幣拋擲，在每一硬幣被取出的機率相同且出現反面的條件下，所拋擲的是不均勻硬幣的機率為__(九)__。

10. 假設某一學校學生每天攝取牛奶的量呈現常態分布，今調查發現每人每天平均攝取的量為 120 ㎖，標準差為 10 ㎖。如果攝取量超過 140 ㎖ 的學生人數為 55 人，那麼全校學生人數為__(十)__。（註：常態分布的機率分布有 68-95-99.7 法則）

参考解答

1	$\frac{\sqrt{3}}{2}-i\sqrt{3}$
2	18
3	$10^{-\frac{1}{8}}$
4	$\frac{1}{2}$
5	3
6	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
7	27
8	(10,36)
9	$\frac{8}{11}$
10	2200