

數學普及讀物閱讀心得報告

-(丙)數學知識演化史、數學教育議題相關、其他

數四甲 40540108S 黃正憲

Kline, Morris (莫里斯·克萊恩) (譯者趙學信) (2004). 《數學：確定性的失落》，台灣商務 印書館。

這是一本描述人如何看待數學的歷史，數學對於人類到底扮演怎麼樣的角色。數學精確推理的確贏得眾人尊崇，數學能夠極為精準的預測與描述物理的實驗與原理，但在發展中數學家漸漸發現數學離真理愈來愈遙遠，例如非歐幾何與四元數，非歐幾何改掉平行公設，觀察後發現能夠推論出許多違反直覺的結論，雖然當時數學家期盼它會在某天會產生自相矛盾的結果而成為異端邪說，但卻一直沒有發生；而四元數則是長久以來人們觀察的自然數、有理數甚至是當時有些爭議的複數、負數皆有交換律，四元數創造了一種沒有乘法交換律的結構，與後來發明的矩陣乘法中，兩個不為零的矩陣相乘卻會變成零的性質，大大打擊了數學家的基模，種種矛盾使數學家不得不承認數學並非以大自然所設計，也發現過去數學發展的邏輯架構是一團糟。之後數學家嘗試著要重建數學的邏輯，嚴格化論證與證明一致性，但哥德爾不完備定理又再次重創數學，讓許多大家接受的方法、邏輯顯現出瑕疵，而且就算怎麼修補，瑕疵還是會在修改過程中在其他地方不斷的出現，最後數學的現況出現了多種的派系，各種派系的數學沒辦法讓其他派系滿意，理性時代已成為過去，數學再也不可能一致，誰知道今天被視為正確無誤的定理哪天又會被推翻。

閱讀完這本書之後，可以感覺的到作者盡可能地減少專業數學的敘述，但是對於歷史必要的數學概念陳述，沒經過數學訓練的人可能感受不到震撼，像非歐幾何，在非歐幾何中的三角形內角和比 180 度小，兩三角形 AA、AS 就能全等，當時我在數學系修課時看到這些違反直覺的定理感到非常驚奇，也許當時數學家第一次碰到些概念產生的焦慮跟我的興奮是成正比的吧；此外令我印象深刻的是就算是偉大的數學家，也是會犯下嚴重的錯誤(以現今的標準來看的話)，有好一段時間數學家認為函數是連續則可微，直到 Weierstrass 提出一個處處連續，卻處處不可微的函數，造成數學界的震撼，雖然數學家在這個錯誤的基礎上發展了一段時間製造許多錯誤的結論，但因為這個反例姍姍來遲才沒有局限住數學家的想像；而最重要的第十二章：災難 中的哥德爾不完備定理證明的簡述也令我印象深刻，其中把符號與證明都一一對應到一個數字，後來造出一個斷言 G，內容為對應到數字 m 的斷言是不可證的，而 G 要求要對應到數字 m，經過推論發現 G 是不可證明的，這個定理毀滅了數學的邏輯，數學本身變得不再可靠。的確光

是理解這些內容對需要有一定的數學知識，沒受過數學訓練的人對於這些內容的感觸就不會那麼深，所以我認為這本數學科普書對於一般人來說是沉重了一些，但這本書卻一針見血地描述過去數學家發現數學的喜悅與追求不到完美的失落。

最後雖然數學家發現數學是不可能完美的，但是並不是告訴我們就該停止我們的腳步，我相當喜歡書中的一種描述，數學推理比喻成農人開墾土地，而這片土地中有野獸潛匿，而土地開墾後野獸就會遷移到邊緣林地，開墾土地愈多野獸離農夫就會越遠，野獸依舊存在，但農夫就相對的安全。哥德爾不完備定理告訴我們包含整數理論的數學系統是有一致性的，那它就不是完備的，套用到法律上不管怎麼修補漏洞，總是會有案例無法判定，我們看到如此結論會想放棄制定法律嗎？那法律該何去何從？我想只能夠繼續盡力開墾，讓這些問題盡量遠離我們，數學就是要不斷的擴充才能解釋愈來愈多的問題，就算我們早就知道我們不可能獲得真理，但是我們還是能夠竭盡心力的去接近它。