



# 男二

百貨部

快餐部

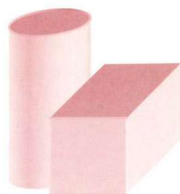
各式文具、日常生活用品，應有盡有。

更售有美味可口的早餐、

以及挑燈夜戰所不可或缺的宵夜唷。

給您方便的好鄰居。

有男二百貨部真好。



## 女二地餐

自助餐式

經濟實惠

營養美味

★ 乾淨衛生

健康活力

補給站！





# 序

## 緣起不滅，繼傳以心


能當上數學系系列的主編，也是倍感榮幸，雖然一切都在倉促中完成，好歹也是眾人嘔心瀝血之傑作，而滴下土壤的汗水才能滋養出最甜美的果實，我想大家都感同深觸吧！感謝家豪、鴻成兩位學長大力相助與建言不歇，學術股全體股員—郁婷、勝鴻、宜展、建璋、怡蓀、姿瑩、誌銓、繼元、穎志、鈞聰一的全力邀稿排版，以及提供稿件來充實我們系列的所有人，「魔數師」的魔術才更能得以幻化無窮，精彩倍增！

檯面下的辛苦大家是既無法親歷也不能聽聞到的一切，只盼望同為數學人的大家能一一珍愛我們精心為你設計的「魔數」，此次系列分類與以往大致無異，但內容是煥然一新的，不贅述，待你來一一細細品嚐。

感謝所有為系列付出血淚的人，系列才得傳承並越益茁壯，希望系列之路漸行漸坦，愈走愈順暢。

主編 徐郁惠 執筆

2000年3月



刊物名稱：魔數師 第三號

發行人：余志祥

發行單位：國立臺灣師範大學數學學會

指導老師：許志農

主編：徐郁惠

封面設計：張家豪

排版：張家豪、林鴻成、洪郁婷、鄭勝鴻、李宜展、陳建璋、賴怡蓀、吳姿瑩、張繼元、王誌銓、林穎志、薛鈞聰

發行日期：May, 2000

印刷：鴻昇印刷所 (06) 6220629

師大學課刊登字第 5166 號



# CONTENT

序 1

## 數學心、電腦情

Gsp 摺紙世界	陳奕志、陳祺文	4
方程式只有一個根嗎？	林倉億	17
不等式	林穎志	22

## We are family

珍惜最後僅有的這幾個月	余志祥	32
給數學營的各位伙伴	林鴻成	33
遠哲經驗談	吳孝仁	34
回首學術來時路-空降部隊的心聲	林鴻成	35
最佳公關群	全體公關股股員	36
文教股二三事	林俊傑、賴容瑩	38
前進體育股	陳明瑩	39

## 人物專訪

史英話人本	史英	41
走舊談數教	曹博盛	47

## 老生”長”談

甄試經驗談	林玉琳	52
科學哲學科學史與科學教育	黃哲男	53
試教甘苦談	風	57
我的體會	黃惠玲	58

## 墨寶

雨象	蔡之民	61
婚禮的祝福	菲比	62
震	萊蟲跟知了	64
尋寶	陳建璋	66





數

學

情  
電  
腦



3.14159265358...



# GSP摺紙世界

數 90 乙 陳奕志、陳祺文

相信大家在小時候童年的記憶裡，都一定玩過摺紙吧！那麼現在就讓我們以數學的原理，利用 GSP 來回憶童年的摺紙世界吧。在這裡為大家介紹的是紙飛機。

## 一、立體座標：

相信大家都已經知道，在動態幾何軟體 GSP 中，他所設計的僅限於二維空間的平面座標系，而無法造成 3D 的效果，那麼我們如何用數學的原理來克服這個問題呢？首先回憶大一的線性代數中，存在有這些變換矩陣：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \text{ 是可以將 } X \text{ 軸旋轉逆時針方向 } \theta \text{ 角。}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \text{ 是可以將 } Y \text{ 軸旋轉逆時針方向 } \theta \text{ 角。}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 是可以將 } Z \text{ 軸旋轉逆時針方向 } \theta \text{ 角。}$$

則我們想像，將 GSP 的平面當成存在有一個垂直於 XY 平面而看不見的 Z 軸，則利用此三個變換矩陣將 Z 軸轉到我們看的見的角度。同時將 XYZ 三軸作變換，我們可得

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

到：

其中 X 軸旋轉  $\alpha$  角、Y 軸旋轉  $\beta$  角、Z 軸旋轉  $\gamma$  角。經過此矩陣變換之後，我們將原來的基本點 (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) 代入，而可以得到新的基準點：

(在 GSP 的平面上，Z 軸上的點看不到，所以 Z 軸的部分為 0)

$$x' = (\cos \beta \cos \gamma, \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma, 0)$$

$$y' = (-\cos \beta \sin \gamma, \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma, 0)$$

$$z' = (\sin \beta, -\sin \alpha \cos \beta, 0)$$

3.14159265353979323846264338

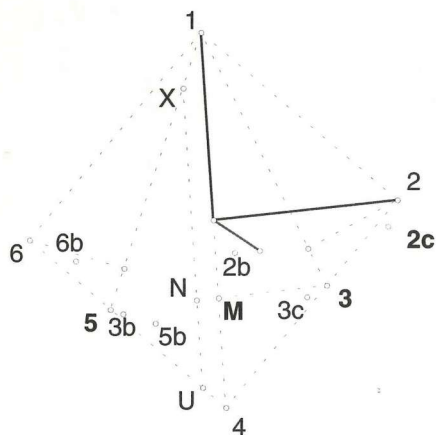
陳奕志

32795028844971693993751058209749445923

0781640628620899862803482534217067982148086513282306647093844609550.....

首先在 GSP 裡先作一個圓，在圓上選取三點，分別為 a, b, c 而與圓上固定點的角度便是  $\alpha, \beta, \gamma$ ，利用 GSP 裡的計算機功能，將三個角度分別都顯示出來，接著利用計算機，把變換 XYZ 三軸所需要的數值都算出來。選取 Graph 裡的 Show Grid 選項，使 GSP 內定的平面座標出現。接著利用 Dilate 功能將 (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) 作轉換得到立體座標。而藉著  $\alpha, \beta, \gamma$  三個角度的變換，立體座標可以做多角度的旋轉，使得我們容易觀察座標上每個角度的情形。

## 二、紙飛機骨架：



在製作紙飛機骨架的時候，我們必須考慮到的點，將其分為動點和固定點。

固定點：

每一個步驟的圖形頂點及摺痕線的端點都必須要做出來。最基本的便是正方形紙的四個頂點：1, 2, 4, 6；然後第一步將正方形沿著對角線對折；接著是第二、三步在將左右兩個頂點向中間折所出現兩個頂點：3, 5；第四步再對折，接著第五、六步是折機翼，又會產生四個新的點，在中線上的為：X, U。

動點：

之前所講的固定點，是只要將這些點的相對位置與座標軸固定好就行了，接著是要使折紙飛機的過程呈現出來，所以在折的時候，頂點的移動軌跡是必須要考慮的。基本上在 GSP 裡面，由於是平面的，而我們必須考慮的是空間的移動軌跡，因此在 GSP 上面，移動的軌跡就變成很像橢圓了（在這裡需要使用到 3D 旋轉軌跡巨集）。首先考慮有哪幾個頂點需要變動：在固定點中的 1, 4, X, U 是不需要變動的，所以我們將需要動的頂點，給他的動點加上一個 b，點 2 的動點就成了 2b，接著考慮動點的起始點和終點：2b 的起點是點 2，終點是點 6。2c, 6b 的起點毫無疑問的當然是點 2 和點 6，而終點是點 3 落在中線上的垂足，所以這個地方必須要再加上一個固定點 M。接著是點 3 和點 5，因為 3, 5 這兩點將會是兩機翼的頂點，所以在對折的時候和折機翼的時候會用到不同的動點，因





3.14159265353537193233846264338

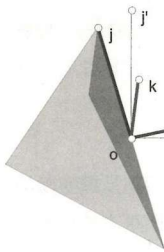
藝術家

6

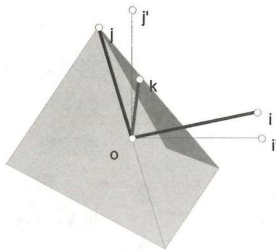
32795028841971693993751058209749445923

此要再多設定一個動點(對折只需要一個動點就夠了)3c, 所以這兩點 3, 5 的動點有 3b, 3c, 5b 三點, 若將 3b 設定為對折點, 則起點在點 3, 終點在點 5; 而 3c 和 5b 的起點則都在點 5, 終點便分別在兩機翼最後的頂點上, 當然, 我們做的飛機其機翼是可以動的, 所以最後這兩個動點就是兩機翼的頂點。這樣我們就把所有需要用到的點設定完, 剩下的就是上色了。有一點需要注意的是, 在製作動點的時候, 別忘了要適當的加上動態按鈕, 之後才能方便的操作折紙飛機, 否則每次都還要再拉控制點, 就很累了。

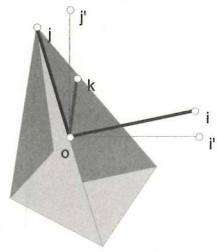
### 三、骨架上色：



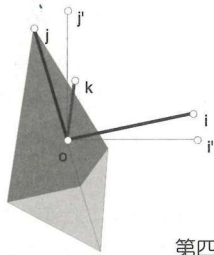
第一步



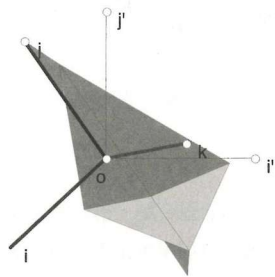
第二步



第三步



第四步



第五步

做好了骨架, 就應該幫紙飛機塗上顏色囉! 那麼就一步一步的來上色吧。

**第一步:** 對折, 使用巨集 A, 對應的點為 1, 4, 2b, 6。

**第二步:** 將點 2 往中線折, 使用巨集 B、巨集 C、巨集 D, 考慮翻轉面不同的情況, 使得點的順序排列改變, 需要用不同的巨集。

**第三步:** 將點 6 往中線折, 類似於第二步, 使用巨集 C、巨集 E, 考慮翻轉面不同時, 各種不同的情況, 適當的利用巨集填上顏色。

07816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550.....





**第四步**：第二次對折，使用巨集 F。

**第五步**：將兩機翼張開，使用到巨集 G 及巨集 H，特別注意的是巨集 H 將會用到兩次。

在上完所有的顏色之後，記得要讓飛機轉一轉，檢查一下塗色是否都正確。所以最好每塗好一次顏色，就檢查一次，並存檔。

四、巨集製作：基本上這個折紙飛機一定要使用巨集來做不然會累死。

在這個紙飛機製作的過程中，我們所需要用到的巨集有三種：第一種為塗色原理中所提及需要用到之判別函數；第二種為基本塗色；第三種則為紙飛機上色用巨集。

系統一定要設為有向角，最好把 Animation speed 設為 constant。

1. 判別函數：

$F(x)$  函數巨集：

開啟空白視窗、空白巨集，在視窗上任給定任意變數  $x$ ，(開始錄製巨集)，開啟計算機。

計算，我們稱此函數為  $F(x)$ ，或是  $\sqrt{\text{sgn}(x)}$  也可以，結束，巨集存檔  $F(x)$ 。

$$F(x) = \frac{\text{sgn}(x) + |\text{sgn}(x)|}{2} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \text{ 或是}$$

$$F(x) = \sqrt{\text{sgn}(x)} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ \text{undefined} & x < 0 \end{cases}$$

顯然若要  $F(x) \times F(y) \times \dots \times F(z)$  等於 1，必須每個都等於 1。

$G(x)$  函數巨集：

開啟空白視窗、空白巨集，在視窗上任給定任意變數  $x$ ，開始錄製巨集，開啟計算機。

計算  $1 - |\text{sgn}(x)|$ ，我們稱此函數為  $G(x)$ ，結束，巨集存檔  $G(x)$

$$G(x) = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ 1 & x = 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

.....055906448390746603282315680842189760711243528430826899802682600461870

3.141592653533979323846264338

數學情

3279502884197169399375105820974445923



3.14159265358979323846264338

魔  
女  
的  
8

32795028841971693943751058209749445923

## 2. 基本塗色：

基本上，這在魔數師第一期的時候，已經寫的很清楚了。所以還不會的人回去翻翻吧。

### 錄製巨集的小技巧：

製作的過程中若不小心做錯了，不能直接砍掉，因為照樣錄進去了，要按 Ctrl + z 回復上一步才行；要如何從一個已經完成的巨集 A 接手下去做？沒關係，巨集像錄音帶一樣可以拿一個空白的 B 去錄，但是強烈建議最好這樣做，先開啟巨集 A 和 B 放著，在空白的視窗中先放巨集 A 內所需的物件，按 B 的開始錄製，按順序點選物件再把 A 重頭撥放一遍，如此 B 和 A 就完全一模一樣而且可以接下去做，如果是直接用工具箱的巨集按鈕來撥放，錄下來的選取順序和原本的不一定一樣，尤其是比較大的巨集一定會搞亂，所以最好把整個檔叫出來撥放；還有製作過程可以善加利用按鈕，反正巨集不會記錄下來。

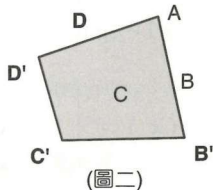
## 3. 紙飛機上色用巨集：

在我們要將紙飛機上色的時候，首先必須要考慮在立體座標中，所面臨的問題，便是座標旋轉及在摺紙的過程之中，所需要顏色的轉變（在這裡，我們將色紙設定為淺與淺深正反兩種顏色，折邊則為紅色一般粗細。）例如：當對折時，我們將會面對的問題便是另一半的色紙折過中線後，本身由正面的顏色轉變為反面的顏色，並且會覆蓋到另一面的顏色，而在 GSP 中，顏色的重疊會造成變色的現象。而如何利用數學的原理，來使 GSP 能夠判別顏色正確的轉換，而不會造成直接上色會有顏色重疊的此種情形。於是我們考慮紙飛機所需要的上色巨集有哪些：

### (1) 4KColor 巨集：

開啟空白視窗、空白巨集，在視窗上任給定四點 A、B、C、D，開啟計算機，鍵入 2（選 2 是製作上比較方便），得  $2=2$ ，我們稱這自由變數為 K，開始錄製巨集。

決定巨集選取順序，（這裡是按順序點選 A、B、C、D 上色後隱藏，因為如此可自由決定選取的順序不會搞亂，此例順序為選



07816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550.....



3-14159265353979323846264338



327950288419711443993751058209749445923

取 A、B、C、D、K) (圖二) 以 A 為伸縮中心，B、C、D 對 A 伸縮 K 倍，得到 B'、C'、D'，對 AB'C'D' 區域上色，用紅色線段連接 AB'、B'C'、C'D'、D'A，hide B'、C'、D'，結束、巨集存檔 4KColor。

**原理：**

當我們控制 K 變數只可能有 1、0、不存在，此三種可能性，當 K=1 時代表 ABCD 上色，0 或不存在時，代表不上色。

**性質：**

依序選取 A、B、C、D、K (K 代表伸縮比例，K 暫稱判別數)，如此若 A 不存在，則 ABCD 不上色不上邊，當非 A 的點不存在時，只有鄰邊和區域上色會不存在，其他的邊依然存在，暫稱殘邊，在使用時要注意，通常大部分的情形不會有影響：

當 K=0 或不存在，則 ABCD 不上色不上邊；

當 K=1，ABCD 上色上邊。

同樣的道理我們可以製作 3Kcolor 巨集、5Kcolor 巨集，一共需要從 3Kcolor 巨集到 6Kcolor 巨集，都以第一個選取的 A 為伸縮中心。

**再補充一個原理：**

如何判別 P 點是否在某單一封閉區域內？

例如：(圖三) 計算  $\angle APB + \angle BPC + \angle CPD + \angle CPE + \angle EPA - 1$ ，接著利用前面的 F(x) 函數巨集，計算出  $F(\angle APB + \angle BPC + \angle CPD + \angle CPE + \angle EPA - 1)$ ；我們稱此值為 T(P, ABCDE (逆時針))。當 P 在單一封閉區域內或邊界上時，其 T(P, ABCDE) 等於 1，在區域外時其值

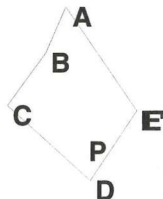
$m\angle APB = 16^\circ \quad m\angle CPD = 127^\circ$

$m\angle BPC = 42^\circ \quad m\angle DPE = 106^\circ$

$m\angle EPA = 69^\circ$

$m\angle APB + m\angle BPC + m\angle CPD + m\angle DPE + m\angle EPA - 1 = 359.00$

$\sqrt{\text{sgn}(m\angle APB + m\angle BPC + m\angle CPD + m\angle DPE + m\angle EPA - 1)} = 1.00$



(圖三)

$$\frac{\text{sgn}(m\angle APB + m\angle BPC + m\angle CPD + m\angle DPE + m\angle EPA - 1) + |\text{sgn}(m\angle APB + m\angle BPC + m\angle CPD + m\angle DPE + m\angle EPA - 1)|}{2} = 1.00$$

為不存在或 0；而且若把 ABCDE 整個翻過來，不論 P 在內或外，其值都不等於 1。這點在製作紙飛機巨集上有很大的優點，而且不論是幾邊形或凸或凹的單一封閉區域都可以

.....055906448390746603282315680842189760711243528430826899802682600461870



3.14159265353979323846264338

10

10

3279502884971693993751058209749445923

用這樣的方法來判別。

當 P 在單一封閉區域內或邊上的充分必要條件為  $T(P) = 1$ 。

(注：理論上所有的角度和為正負 360 度或 0 度，但是因為 GSP 本身的因素及  $F(x)$  函數的性質，如果不多減 1 的話在移動時畫面會閃爍，多減 1 後可解決這樣的問題。有其他的計算判別方法像計算面積也可以有相同的現象，可是這個比較精簡好用！)

**製作技巧：**

為了要製作動態按鈕，我們在下列的巨集內都加入一個變數 R，所有要上色上邊的判別數內都多乘上一個 R 值，R 可能值為 1、0，當 R 為 0 時所有的區域都不上色不上邊，當 R 為 1 時才把應該上色上邊的部分上色上邊。

我們可以在 AB 線段上任取一點 P，計算  $G(AP \text{ 線段長})$ ， $G(AP \text{ 線段長}) = 1$  的充分必要條件為 P 和 A 重疊時，P 和 A 不重疊時， $G(AP \text{ 線段長}) = 0$ 。(也可以用有向比來達到類似的效果，但不建議！)。

**4. 其他巨集：**

下列巨集是專門替這個折紙飛機特別量身做的，在其他的折紙情況下不一定能套用，要注意使用的時機。

**3D 旋轉軌跡巨集：**

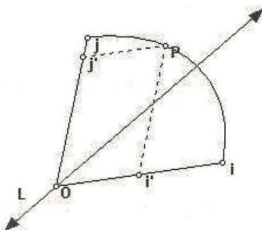
開啟空白視窗、空白巨集，(圖四)在視窗上任給定 o、i、j 三點及一自由數據  $\theta$ ，(先決定好選取順序、 $\theta$  用來當做旋轉的角度值)，開始錄製巨集，開啟計算機，計算  $\sin \theta$ ， $\cos \theta$ ，以 o 為中心，i 對 o 伸縮  $\cos \theta$  變換至  $i'$ ，j 對 o 伸縮  $\sin \theta$  至  $j'$ ， $j'$  平移  $oi'$  向量至 p，Hide  $i'$ 、 $j'$ ，結束，巨集存檔 3D 旋轉。

性質：

若  $oi'$ 、 $oj'$  在空間座標中代表等長且垂直之兩向量，則 p 為 i 向 j 方向旋轉  $\theta$  之點。  
換言之，p 在空間座標中的軌跡代表和 o、i、j 共平面之圓。

因此我們如果要在 3D 座標上做一點 P 對一個線段 L 作

$60 = 60.00$   
 $\cos(60) = 0.50$   
 $\sin(60) = 0.87$



07816406286208498628034825342117067982148086513282306647093844609550.....





3-14159265353979323846264338



3279502884971693993751058209749445923

旋轉的話，就要先做出垂足 P' 點，然後再做出一個向量跟線段 L 和 PP' 皆垂直，並和 PP' 等長，如此就可以使 P 點繞著垂足點 P' 旋轉。

A 巨集：

第一步沿對角線對折，將所有的情況列出，重點在於判別是否要上色的充分必要條件，也就是判別數 K 應該要取什麼。(下列精簡的條件是必要的但是不一定充分，有的會有殘邊但是對畫面不會有影響)

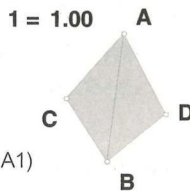
開始錄製巨集：

給四點 ABCD 及一變數 R (習慣上用 1)。

(圖 A1) 情況： $\triangle ABC$  淺色朝上， $\triangle DBA$  淺色朝上。

必要條件： $\angle ABC > 0$ ， $\angle DBA > 0$ 。

處理：以  $R \times F(\angle ABC) \times F(\angle DBA)$  為判別數 K，對 ABC 使用 4KColor 巨集，A 對 B 伸縮 K 倍，連接 AB' (以後簡稱以判別數 K 來連接 AB)。



(圖 A1)

下列 A2 到 A5 的情形：

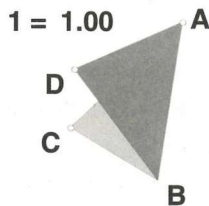
以  $K = R \times F(\angle ABD)$  對 ABD 使用 3KColor 上色上邊，(實際上不是  $\triangle ABD$  上色上邊但下列解說我們把他就當成  $\triangle ABD$ )，用一般的虛線連接 AC, BC (也就是剩下來應該要有的線沒有的就補上去)，考慮下列 A2 到 A5 的情形求出所有的交點，後馬上將用不著的虛線 hide 起來。

(圖 A2) 情況： $\triangle DBA$  深色朝上，AC 和 BD 有交點。

必要條件：AC 和 BD 交點存在。

以  $K = R$  對交點、B 點、C 點，三點使用 3KColor，交點一定要對應伸縮中心點(習慣上可以放在第一個點比較不會忘記對應到)，可以檢驗一下在其他的情況中都不會有影響。

**性質**：由於 3KColor 巨集的性質，當  $\triangle DBA$  深色朝上而 AC 和 BD 沒有交點時就不會上色，當  $\triangle DBA$  深色朝下就不會有交點，就不會上色，也就是原本  $\angle ABD > 0$  的條件藏在裡面了。



(圖 A2)

.....0559064483907466032823156808421897607112435284308268949802682600461870



3.14159265358979323846264338

3.14159265358979323846264338

12

32795028844971693993751058209749445923

(圖 A3) 情況：△DBA 深色朝上，AD 和 BC 有交點。

必要條件：AD 和 BC 交點存在。

同理。

(圖 A4) 情況：△DBA 深色朝上，C 在△ABD 內部。

不需要作任何處理。

(圖 A5) 情況：△ABD 深色朝上，D 在△ABC 內部

必要條件： $T(D, ACB) = 1$ 。

以  $K = R \times T(D, ACB)$ ，使用 4Kcolor，(逆時針方向)。

下列 A6 到 A10 的情形：

以  $K = F(\angle CBA)$  對△ABC 上 3KColor，一樣用虛線連 AD，BD (也就是剩下來應該要有的線沒有的就補上去)，考慮 A6 到 A10 的情形，求出所有的交點後馬上隱藏。

(圖 A6) 情況：△ABC 深色朝上，AD 和 BC 有交點。

必要條件：AD 和 BC 交點存在。

以  $K = R$ ，交點 BD 使用 3Kcolor

(交點一定要是伸縮中心，也就是一定要第一個選)

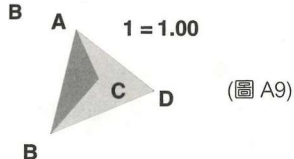
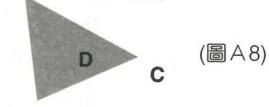
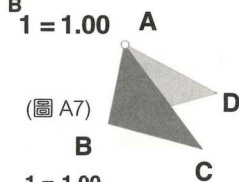
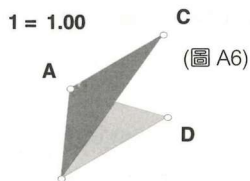
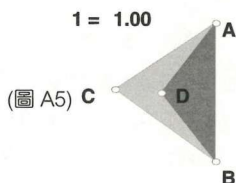
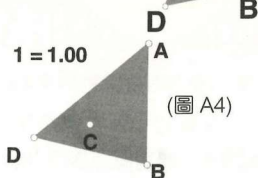
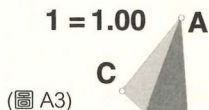
(圖 A7) 情況：△ABC 深色朝上，AC 和 BD 有交點。

必要條件：AC 和 BD 交點存在。同理。

(圖 A8) 情況：△ABC 深色朝上，D 在△ABC 的內部。

不需要作任何處理。

(圖 A9) 情況：△ABC 深色朝上，C 在△ABD 內部。



07816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550.....



3 141592653539793233846264338

必要條件： $T(C, ABD) = 1$ 。

以  $K=R \times T(C, ABD)$ ，使用 4KColor。

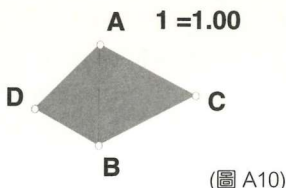
(圖 A10) 情況： $\triangle ABC$  深色朝上， $\triangle DBA$  深色朝上。

必要條件： $\angle CBA > 0$ ， $\angle ABD > 0$ 。

不需要處理，

檢查一下，之後把不需要的東西隱藏起來，結束存檔。

完成之後測試一下是否都沒有問題。



接下來的方法都大同小異，比較需要注意的是， $\odot$ 必要條件不能搞錯 $\odot$ 。

有對稱性的只舉一例，不可能發生和不用處理就省略了，只提出幾個特別要注意的情況；

為了省事及怕麻煩我把第二步分成 B、C 兩個巨集，如此第 3 步就可以借用 C 巨集。

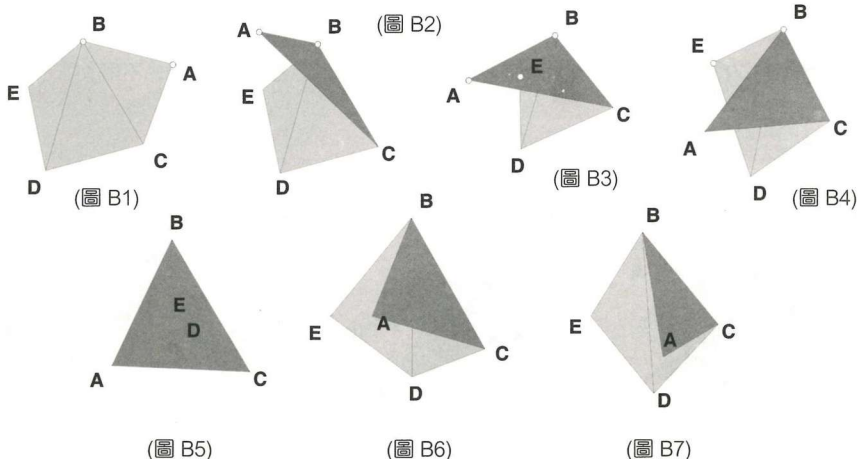
**B 巨集：**只需要考慮 BCDE 是淺色的時候，因為 BCDE 一定是同甘共苦的，只要任取一個  $\triangle BCD$  來判別就行了，最好另外判別折線 BD。

(圖 B1) 都是淺色的時候沒問題。

(圖 B2)  $K=R$ ，使用 3Kcolor。

(圖 B6) 使幅 5Kcolor， $K=R \times T(A, BEDC)$ ，然後再判別中間的折線。

(圖 B7) 補折線以  $K=R \times F(\angle DBA) \times F(\angle BCD)$  連接 BD。



13

32795028841971693993751058209749445923

.....055906448390746603282315680842189760711243528430826849802682600461870

3.14159265358979323846264338

魔術師 14

3279502884197169349375105820974445923

C 巨集：(用在第二步、第三步)

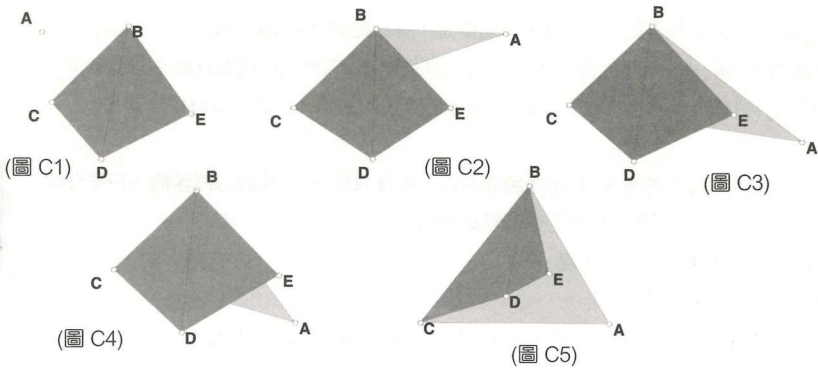
只考慮 $\triangle BCDE$  是深色的時候，注意有  $BD$  折線。

(圖 C1) 都深色時不用考慮，B 巨集會補  $ABC$ ，其他的參考前面的原理。

(圖 C3) 要小心了，除交點存在外，再加一個  $\angle EBA > 0$  的條件， $K = R \times F(\angle EBA)$ 。

(圖 C4)  $k = R \times F(\angle ABE)$ ，以  $DE$  和  $AC$  交點為伸縮中心點。

(圖 C5) 對應  $B5$ ， $K = R \times F(\angle EBA) \times F(\angle DAC) \times F(\angle BDC)$ ，補上了最後的角度才能用在第三步(補上這種不太可能情形是為了保險起見)。

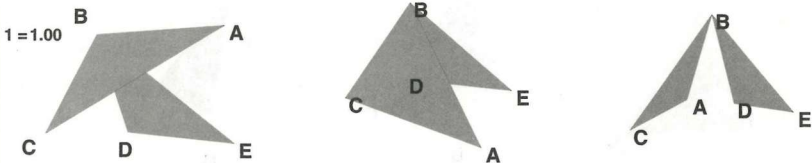


第三步總共用 C、D、E 三個巨集：

D 巨集：只考慮 $\triangle BDE$  是深色的時候。這是很特別的情況， $AC$  和  $DE$  不會有交點，因此有許多的情形可以省略不考慮，一開始要先對 $\triangle ABC$  上背面深色部分，內側淺色不用上色。

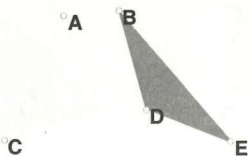
下列考慮 $\triangle BDE$  是深色時的情形

(圖 D1)：且  $AC, BE$  交點存在 (圖 D2)： $AB, DE$  交點存在 (圖 D3)： $\angle ABD \geq 0, \angle CBA > 0$



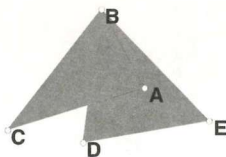


(圖 D4) :  $\angle ABC > 0$ ,  $\triangle BDE$  是深色



最後 $\triangle ABC$  隱藏。

(圖 D5) : A 在內部, 以交點為起始點 ;



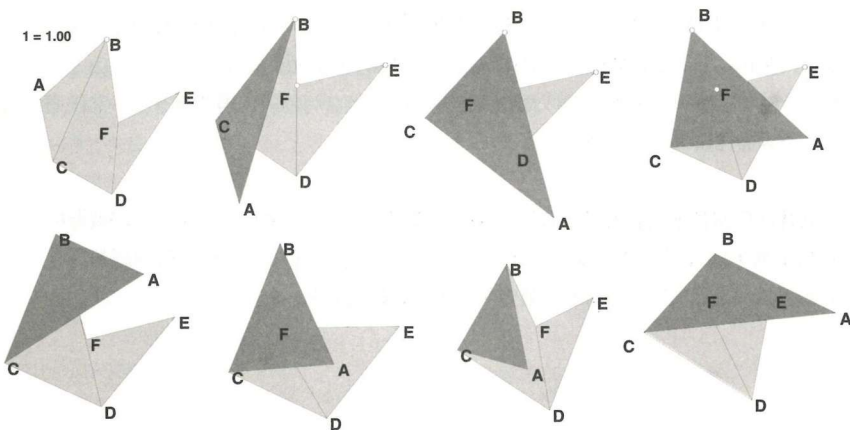
E 巨集 : 用在第三步, 只考慮 BCDEF 是淺色的時候 (注意 : 中間的折線有時很討厭, 不能隨便加上), 這是很特別的情況, AC 和 EF 不會有交點, AB 和 DF 也不會有交點, 所以有很多情況可以不需要去考慮。

一開始要先對 ABC 上背面深色部分。

E3 : AB, DE 有交點, 如此 AB 一定和 EF 相交。

E7 :  $\angle ABF > 0$ , A 在 BCDEF 裡面。

另外 BCDEF 為淺色且 A 和 F 重疊時, ACDE 上淺色。



.....055906448390746603282315680842189760711243528430826899802682600461870

3.141592653539793323846264338

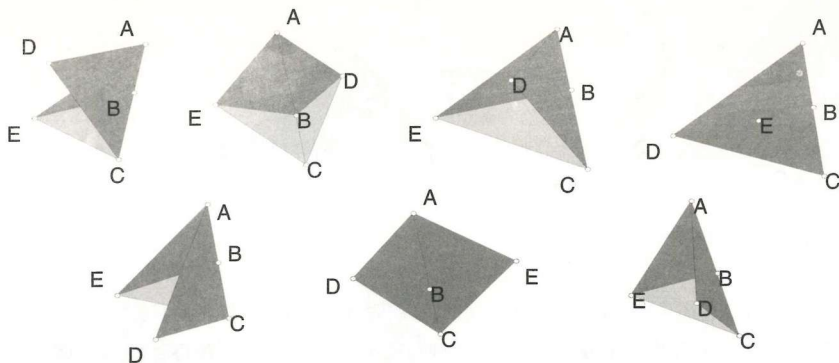
數學作電腦情

15

32795028844971693993751058209749445923

3.14159265358979323846264338

F 巨集：第四步的全部情況。F3，和 F7 要小心 D 的位置。



第五步用到一次 G，二次 H 巨集，

G 巨集：就是把 F 巨集的背面深色隱藏起來（基本上，這很容易懂吧！所以圖就省了）<sup>◎</sup>

H 巨集：和第二步的 B 巨集類似，但顏色不同，省去折線以及外側隱藏起來，換言之，G 無色的地方用 H 上色，H 無色的地方 G 上色，且只適用在特殊情形，（這個就參考巨集 B 和巨集 G 吧！）

巨集製作完畢後先做一些預備工作，需要 5 個只有可能 0, 1 的自由變數當作 R，和 6 個只在 0 和 180 度之間的自由變數當作折紙時折的角度，就可以開始對骨架上色了，再第三步時要檢查一下，當再 180 度時完全重合時可能會有問題，再補強一下，然後適當的製作動態按鍵，就可以動態播放了。

註：之後我們將會把這個紙飛機的所有 GSP 巨集和檔案，放在師大數學系的數學資源中心網頁上面，供大家下載（網址是 <http://mathsup.math.ntnu.edu.tw>），有興趣的人，到時候可以和自己做的比較看看。最後希望大家做的愉快！

臺灣教師 16

327195028841971693993751058209749445923



# 方程式 只能有一個根！？

數 87 乙 林倉億

「方程式只能有一個根！」現在看來當然會覺得不可思議，信手捻來一個方程式都可以輕易地否定這句話，這是因為我們把方程式看成一個獨立的主體，在解  $X$  的過程，只考慮符不符合數學原理，並不管  $X$  在題目中或現實中的意義為何，更精確地說， $X$  就是一個抽象的數。能夠抽象地、單獨地看待方程式，是數學的一大進步，但這直到十九世紀下半葉才被普遍接受，今天看來十分顯然的觀念，卻是經歷了數千年的孕育；康托 (George Cantor) 曾說：「數學的本質在於它的自由。」(註一)，這是人類高度智慧的結晶，豈能奢求學生在短短十數年的生活經驗上，自然地接受它所帶來的成果呢？

以下這篇對話錄，改寫自 Gavin Hitchcock 的 "Dramatizing the Birth and Adventures of Mathematical Concepts: Two Dialogues" (註二) 中的第二個對話。作者透過十九世紀英國數學家 Friend (以下以 F 代表)、Peacock (以下以 P 代表) 及 De Morgan (以下以 D 代表) 的爭辯，反應了當時數學家在方程式根的認知衝突。他尤其企圖傳達：人類對於代數的認識與符號的操作，是經過一段慘淡經營的過程。數學家對負數的態度，當然也是關鍵之處，關於當時負數的發展，在唐書志老師的【負數迷思】(註三) 一文中已有介紹，請讀者參閱，在此不再多加介紹。在進入時空隧道之前，必須聲明一點，最後一段並非作者的原意，而是筆者的「篡改」，若有突兀之感，自是筆者功力太淺，切勿怪罪原作。

**F:** 每一個被正確地呈現的問題，它的方程式總是只有一個真的根(註四)。我舉個例子來說明該如何解一個含有根號的方程式：

$$\begin{aligned} X + \sqrt{5X+10} &= 8 \\ \Rightarrow \sqrt{5X+10} &= 8-X && \text{(由此明白地看出 } X \text{ 要比 } 8 \text{ 小)} \\ \Rightarrow 5X+10 &= 64-16X+X^2 \\ \Rightarrow 5X+16X-X^2 &= 64-10 \end{aligned}$$

.....055906448390746603282315680842189760711243528430826899802682600461870

3-14159265353979323846264338

數學大師

17

327195028841971693993751058209749445923



3.1415926535353979323846264338

18

3279502884197169399375105820974445923

$$\Rightarrow 21x - x^2 = 54$$

(有人愚蠢地宣稱這是符合題目的方程式，在題目中  $x$  要小於 8 才行)

$$\Rightarrow \frac{441}{4} - 21x + x^2 = \frac{441}{4} - 54 = \frac{225}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{441}{4} - 21x + x^2} = \sqrt{\frac{225}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{21}{2} - x = \frac{15}{2} \quad (x - \frac{21}{2} \text{ 是不被允許的，因為我們已經知道 } x \text{ 比 } 8 \text{ 還要小})$$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{2} - \frac{15}{2} = 3$$

**D:** 如果你寫成  $x - \frac{21}{2} = \frac{15}{2}$  的話，你會得到一個完全可以被接受的正數， $x = 18$ ，為什

麼它不是方程式的另一個根呢？

**F:** 因為它僅是滿足了  $21x - x^2 = 54$  這個方程式，並非滿足原來的 3 方程式！大自然她總是清楚、明確的，而非模稜兩可的，只要正確地呈現問題，沒有一個實際的或商業的問題會產生兩個以上的解！

**P:** 我並不認為你是對的。看看這個問題：「我以 24 磅的價錢賣出一匹馬後，我發現所損失的錢，恰好是馬的進價的百分之一乘以馬的進價，請問我當初花多少錢買這匹馬？」你認為這是不是一個被正確呈現的實際問題呢？

**F:** 看起來的確是。

**P:** 那讓我們來求出馬的進價  $x$  吧！

$$x - 24 = \frac{x}{100} \times x$$

$$\Rightarrow 100x - x^2 = 2400$$

$$\Rightarrow 2500 - 100x + x^2 = 100$$

$$\Rightarrow x^2 - 100x + 2500 = 100$$

$$\Rightarrow 50 - x = 10, \quad x = 40$$

$$\text{或 } x - 50 = 10, \quad x = 60$$

40 與 60 都符合原來的題目啊！

**F:** (停頓了許多) 這只是告訴我們這個題目是不明確的！任何被正確地呈現且明確的題

07816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550.....





3.14159265353979323846264338

數學  
19

32795028841971693993751058209749445923

目是不會有兩個以上的解的！

**P:** (哈哈大笑) 我說 Friend 先生啊, 你很清楚這個例子符合你當初所要求的: 正確地呈現問題, 你現在只是在強詞奪理罷了! 承認錯誤吧!

**F:** 我承認有可能會出現兩個都符合題意的解, 而這是告訴我們原來的題目是不明確的。我主張題目的解只能透過代數 (arithmetical Algebra) 方法獲得, 沒有玩弄一些無用的虛設, 否則將無法獲得實際的解; 那些虛設唯一的用處, 就是證明題目是不可能的!

**P:** 那一個根符合題目的條件是什麼? 不是只要滿足你一開始說的條件就好了嗎?

**F:** 最重要的, 一定要是真的根, 也就是正的根! 正根才會是實際的解, 其他的都不會是!

**P:** 可是很容易就可以找到一個問題, 列出的方程式有一個正根, 但這個正根卻不符合題目!

**F:** 讓我看看。

**P:** 「某數的平方的兩倍, 比某數的三倍多 5, 請問某數為多少?」

$$2X^2 - 3X = 5$$

$$\Rightarrow X^2 - \frac{3}{2}X = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \left(X - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$$

$$\Rightarrow X - \frac{3}{4} = \frac{7}{4}, \quad X = \frac{5}{2}$$

$$\text{或 } \frac{3}{4} - X = \frac{7}{4}, \quad X = -1$$

你當然會說  $\frac{5}{2}$  才是解, 但如果我們要的是正整數的話, 那麼  $\frac{5}{2}$  就不是解了。無論

是正根  $\frac{5}{2}$  或是負根  $-1$  都不是題目的解, 也就是說這個題目是不可能的!

**F:** 利用代數方式解出來的這個正根, 顯示你強加了一個人為的限制——正整數, 你應該

要承認  $\frac{5}{2}$  是這個題目的解。  $\frac{5}{2}$  或是負根  $-1$  都不是題目的解, 也就是說這個題目是

.....0559064483907466032823156808421897607112435284308268999802682600461870



3.1415926535353979323846264338

第 20

32795028841971693993751058209749445923

不可能的！

**P:** 哈！你中計了！因為代數方式解出了一個確定的根，所以你就要我移除正整數這個人為限制，那你何不也去解除你的人為限制，而承認方程式可以有其他的根，無論是負的，或是與題意不合的。在你之前的許多人甚至認為非正整數的根是不恰當的，你只是在不同的地方做這種不容忍的限制罷了，這種限制並不是真的符合實際的問題或是實際的解，而只是符合你心中的偏見！

**D:** 我似乎越來越清楚了，拒絕負根這種普遍的想法，原來只是歷史的影響，因為長久以來，我們只接受或表示成 F 先生所提那樣形式的題目，或許將來在許多新型態的題目影響之下，負根將被允許有更直接的解釋，並且能獲得更明確的意義。雖然負數在幾何學與力學中似乎扮演適合的角色，但我必須承認對於負數，我仍存著不安的感覺，但這與 Friend 先生是不一樣的。對我而言，虛數或是負數都代表一個訊息，就是當它們成為問題的解時，我該立刻去尋找矛盾或是不合理的地方。憑良心說，我必須承認虛數與負數都是虛幻不實的，因為就實際來說，它們都是無法想像的。

**F:** 哈哈！終究是良心告訴你什麼是對的！

**D:** 但是，如果我鼓起勇氣用適當的方式解釋它們時，往往會出現令人驚訝的合理性。

**P:** 一位謹慎數學家的告白！你能給個例子說明嗎？

**D:** 我喜歡告訴人們：「過幾年，當我 X 歲時，那年剛好是西元  $X^2$  年，那你知道我出生於哪一年嗎？」因為現在是十九世紀，所以很容易知道我 43 歲時是 1849 ( $=43^2$ ) 年，那我的出生年是 1806 年。不過有個人將這個問題當做純代數來處理，他告訴我在 1764 ( $=(-42)^2$ ) 年時，我的年齡是負 42 歲，我怒斥他不要幹這種愚蠢事，並限制他只能考慮真實的數字。然而，這個數字依然可以得到我的出生年：1764 - (-42) = 1806，真是太神奇了！

**P:** 這證明了負根(註五)的合法性與力量！

**F:** (冷冷地笑著...) 那可以說在 1849 年時你是負 43 歲囉！也就是說你已經預測到你的出生年將會是 1892 這吉利的一年囉！哈哈！還是我應該說你將投胎轉世到 1892 年呀！哈哈！

**D:** 喔！那我承認這個題目有問題，我以後會註明我不是鬼也不是印度人(註六)！

**P:** 也不是畢達哥拉斯主義者。(註七)

**D:** 那看看這個更合適的問題：「有位 56 歲的父親，他的兒子 29 歲，請問在幾年後父親的年齡將會是兒子的兩倍？」自然的解法如下：

07816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550.....



$$56 + X = 2(29 + X) \Rightarrow X = -2$$

我的直覺反應是：「這太荒唐了！一定是哪個地方有問題！」所以我用  $-X$  取代式子中的  $+X$ ，

$$56 - X = 2(29 - X) \Rightarrow X = 2$$

因此，我知道這個題目加了太多的限制，應該改成：幾年前或幾年後父親的年齡將會是兒子的兩倍？

**P:** 原來的敘述的確是不恰當的，不過就算題目敘述改成後來的這樣，在列方程式之前，我們仍舊不知道該選擇  $+X$  或是  $-X$ 。

**D:** 沒錯！不過，如果我們選錯了，解出來帶有負號的根自然會告訴你！

**F:** 等等，那是你一廂情願的想法，你給了負根不應有的推崇。

**P:** 等一下，De Morgen 你的論點似乎和 F 先生相反，我認為由於我們數學家正站在新舊觀念的轉折上，所以花了許多時間在適應與爭辯，我相信你找到了正確的方向！代數她是慷慨的，總是給的比你愛的還多！（註八）

最後還有一段 Peacock 的論述，不過筆者認為與主題不是那麼相符，所以未翻譯出來。洪萬生教授在【數學史與數學的教與學】（註一）一文中，提出了 13 種將數學史融入數學教室的方法，其中的第六項：「恰當地使用歷史上出現的謬論、另類概念、觀點的改變、隱含假設的修訂以及直觀論證等等」和第十項：「編劇本」，對話錄恰好提供了一種結合這兩項的表現方式，倘若能真實演出的話，不但能增進數學課的樂趣，更提供了一個機會，讓學生能夠以更寬闊的眼光來看待數學與數學的學習。

註一：原文是：The essence of mathematics lies in its freedom.

註二：收入 Ronald Calinger, ed. 1996. *Vita Mathematica*. Washington D.C.: MAA.

註三：刊載於 HPM 通訊的第一卷第二期。

註四：在此對話中，「根」是對方程式而言，「解」是對題目而言。

註五：原文中用的是「代數(algebra)」一詞而非「負根」。

註六：De Morgen 是出生於印度的英國人。

註七：指的是對數字所持的神秘思想。

註八：這句是引用 D'Alembert 的話："Algebra is generous, she often gives more than is asked of her."

註九：刊載於 HPM 通訊的第二卷第四期。

.....055906448390746603282315680842189760711243528430826899802682600461870

314159265353979323846264338

數學心

21

3279502884971693993751058209749445923



# 不等式

數 91 丙 林穎志

3.14159265358979323846264338

數學大師

22

32795028841971693993751058209749445923

## 一. 緣起&摘要

國小開始我們就學習數學，一直經過國中、高中到了大學，在每個階段數學都有不同的教材為大家介紹不同的數學領域；但是有一些領域，從國小國中一直到大學不斷地重覆出現，是否就代表這一領域在數學上有著不可抹滅的地位；像在國小、國中我們學到三角形兩邊之和大於第三邊；大邊對大角，小邊對小角，高中學到算術平均數大於等於幾何平均數，柯西不等式；大學微積分中極限的定義，這就顯示出不等式在數學上是扮演如何重要的角色了；於是我就收集一些資料，為大家來初步介紹一下不等式。

本篇內容分成(1)三大不等式(2)幾何不等式，並且會穿插一些證明或實例，以便大家更能體會到不等式的奧妙。

## 二. 三大不等式

### 壹. 排序不等式

設有兩個實數列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  和  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$  滿足

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n \quad b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq \dots \leq b_n$$

則  $a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$  (同序乘積之和)

$$\geq a_1b_{j_1} + a_2b_{j_2} + \dots + a_nb_{j_n} \quad (\text{亂序乘積之和})$$

$$\geq a_1b_n + a_2b_{n-1} + \dots + a_nb_1 \quad (\text{反序乘積之和})$$

其中  $j_1, j_2, j_3, \dots, j_n$  是  $1, 2, 3, \dots, n$  的一個排列並且

等號成立  $\Leftrightarrow a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$  或  $b_1 = b_2 = b_3 = \dots = b_n$

例如：1, 4, 5, 7, 9 和 2, 3, 8, 9, 10 是兩個實數數列，那麼

$$1 \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 8 + 7 \times 9 + 9 \times 10 (= 207) \text{ 會大於 } 1 \times 3 + 4 \times 8 + 5 \times 10 + 7 \times 9 + 9 \times 2 (= 166)$$

$$1 \times 3 + 4 \times 8 + 5 \times 10 + 7 \times 9 + 9 \times 2 (= 166) \text{ 會大於 } 1 \times 10 + 4 \times 9 + 5 \times 8 + 7 \times 3 + 9 \times 2 (= 125)$$

[排序不等式的證明]：

07816406286208498628034825342117067982148086513282306647093844609550.....





3-14159265353979323846264338

數學  
23

3279502884971693993751058209749445923

令  $s = a_1b_{j_1} + a_2b_{j_2} + \cdots + a_nb_{j_n}$

若  $j_n \neq n$ ，則此時  $b_n$  所在的項是  $a_{j_n}b_n$ ，則由

$$(b_n - b_{j_n})(a_n - a_{j_n}) \geq 0$$

得  $a_nb_n + a_{j_n}b_{j_n} \geq a_{j_n}b_n + a_nb_{j_n}$

這就是說  $j_n \neq n$  時，調換  $s$  中  $b_n$  與  $b_{j_n}$  的位置，其餘都不動則得到  $a_nb_n$  項；並使  $s$  變成  $s_1$ ，且  $s_1 \geq s$ ；同樣方法可以再得到  $a_{n-1}b_{n-1}$  項，並使  $s_1$  變成  $s_2$ ，且  $s_2 \geq s_1$ ，於是——一直下去就可以得到  $a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n$  而且  $a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n \geq s$

我們也可以類似地證明  $s \geq a_1b_n + a_2b_{n-1} + \cdots + a_nb_1$

故排序不等式得證

例子：設  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  是互不相同的正整數，試證對於一切自然數  $n$ ，都有

$$a_1 + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{3^2} + \cdots + \frac{a_n}{n^2} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \quad (\text{第十三屆 IMO 試題})$$

證明：設  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  從小到大的排列為  $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_n}$

這裡  $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$  是  $1, 2, 3, \dots, n$  的一個排列，因此

$$a_{i_n} \geq a_{i_{n-1}} \geq \cdots \geq a_{i_1}$$

$$\text{由於 } 1 \geq \frac{1}{2^2} \geq \frac{1}{3^2} \geq \cdots \geq \frac{1}{n^2}$$

因此根據排序不等式可得

$$a_1 + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{3^2} + \cdots + \frac{a_n}{n^2} (\text{亂排}) \geq a_{i_1} + \frac{a_{i_2}}{2^2} + \frac{a_{i_2}}{3^2} + \cdots + \frac{a_{i_n}}{n^2} (\text{反排})$$

又由已知可知， $a_{i_1} \geq 1, a_{i_2} \geq 2, \dots, a_{i_n} \geq n$ ，因此

$$a_{i_1} + \frac{a_{i_2}}{2^2} + \frac{a_{i_2}}{3^2} + \cdots + \frac{a_{i_n}}{n^2} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

$$\text{故 } a_1 + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{3^2} + \cdots + \frac{a_n}{n^2} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

.....055906448390746603282315680842189760711243528430826899802682600461870



3.14159265358979323846264338

數學大師

24

32795028844971693993751058209749445923

## 貳. 算幾不等式

$n$  個正數的算術平均數會大於等於幾何平均數即

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 a_3 \cdots a_n}, \forall a_i \geq 0, i = 1, 2, \cdots, n$$

相信這個不等式，大家一定都不陌生，可能有人在國中的時候，就已經知道，可是你知道怎麼證明嗎？方法只有一種嗎？接下來我就介紹兩個我認為比較漂亮的方法。

<一> 倒退數學歸納法

(1) 先證  $n = 2^m$  時，算幾不等式成立

當  $m=1$  (即  $n=2$ ) 時  $\frac{a_1 + a_2}{2} \geq \sqrt{a_1 a_2}$  顯然成立

設  $m=k$  (即  $n=2^k$ ) 時，算幾不等式成立即

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{2^k}}{2^k} \geq \sqrt[2^k]{a_1 a_2 \cdots a_{2^k}} \quad \forall a_i \geq 0$$

當  $m=k+1$  (即  $n=2^{k+1}$ ) 時

設  $a_1, a_2, \cdots, a_{2^k}, b_1, b_2, \cdots, b_{2^k}$  為任意  $2^{k+1}$  個正數

根據假設算幾不等式在  $n=2^k$  時成立於是

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{2^k}}{2^k} \geq \sqrt[2^k]{a_1 a_2 \cdots a_{2^k}}$$

$$\frac{b_1 + b_2 + \cdots + b_{2^k}}{2^k} \geq \sqrt[2^k]{b_1 b_2 \cdots b_{2^k}}$$

又因為  $\frac{\sqrt[2^k]{a_1 a_2 \cdots a_{2^k}} + \sqrt[2^k]{b_1 b_2 \cdots b_{2^k}}}{2} \geq \sqrt{\sqrt[2^k]{a_1 a_2 \cdots a_{2^k}} \times \sqrt[2^k]{b_1 b_2 \cdots b_{2^k}}}$

所以  $\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{2^k} + b_1 + b_2 + \cdots + b_{2^k}}{2^{k+1}} \geq \sqrt{\sqrt[2^k]{a_1 a_2 \cdots a_{2^k}} \times \sqrt[2^k]{b_1 b_2 \cdots b_{2^k}}}$

$\Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{2^k} + b_1 + b_2 + \cdots + b_{2^k}}{2^{k+1}} \geq \sqrt[2^{k+1}]{a_1 a_2 \cdots a_{2^k} b_1 b_2 \cdots b_{2^k}}$

07816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550.....



因此  $m=k+1$  時，算幾不等式亦成立。

故由數學歸納法  $n = 2^m$  時，算幾不等式成立

(2) 再證當  $n=k$  時算幾不等式成立，則  $n=k-1$  時亦成立

(跟一般的數學歸納法相反  $k \rightarrow k-1$ )

設  $n=k$  時算幾不等式成立即任何  $k$  個正數有

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_k}{k} \geq \sqrt[k]{a_1 a_2 \cdots a_k}$$

當  $n=k-1$  時，設  $a_1, a_2, \dots, a_{k-1}$  為任意  $k-1$  個正數，因為任何  $k$  個正數，算幾不等式都成立，；所以考慮  $a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, A (= \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{k-1}}{k-1})$  這  $k$  個正數

$$\text{則 } \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{k-1} + A}{k} \geq \sqrt[k]{a_1 a_2 \cdots a_{k-1} A}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{k-1} + A}{k} \right)^k \geq a_1 a_2 \cdots a_{k-1} A$$

$$\Rightarrow \left( \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{k-1}}{k-1} \right)^k \geq a_1 a_2 \cdots a_{k-1} A$$

$$\Rightarrow \left( \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{k-1}}{k-1} \right)^{k-1} \geq a_1 a_2 \cdots a_{k-1}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{k-1}}{k-1} \geq \sqrt[k-1]{a_1 a_2 \cdots a_{k-1}}$$

因此  $n=k-1$  時算幾不等式亦成立

故當  $n=k$  時算幾不等式成立，則  $n=k-1$  時亦成立

綜合(1)和(2)就可以證出任何正整數算幾不等式都成立

因為任何正整數都一定可以找到一個正整數  $2^k$  比他大，又可以從  $t \rightarrow t-1$ ，那麼一直推下去，一定可以推到那個正整數，所以任何正整數算幾不等式都成立。

<二>用排序不等式

設  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  為任意  $n$  個正數令

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{n} \quad G_n = \sqrt[n]{a_1 a_2 a_3 \cdots a_n}$$

.....055906448390746603282315680842189760711243528430826899802682600461870

314159265353979323846264338

華文  
25

32795028841971693993751058209749445923



3.14159265353979323846264338

高中  
數學

26

3279502884971693993751058209749445923

$$b_i = \frac{a_i}{G_n} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad , \quad \text{因此 } b_1 b_2 \cdots b_n = 1$$

故存在正數  $x_1, x_2, \dots, x_n$  使得

$$b_i = \frac{x_i}{x_{i+1}} \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \quad , \quad b_n = \frac{x_n}{x_1}$$

現在將  $x_1, x_2, \dots, x_n$  從小排到大為  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$  則

$$x_{i1} \leq x_{i2} \leq \cdots \leq x_{in} \quad ; \quad \frac{1}{x_{i1}} \leq \frac{1}{x_{i2}} \leq \cdots \leq \frac{1}{x_{in}}$$

由排序不等式得

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_3} + \cdots + \frac{x_n}{x_1} \quad (\text{亂排}) \geq x_{i1} \times \frac{1}{x_{i1}} + x_{i2} \times \frac{1}{x_{i2}} + \cdots + x_{in} \times \frac{1}{x_{in}} \quad (\text{反排})$$

$$\Rightarrow b_1 + b_2 + \cdots + b_n \geq n$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{G_n} \geq n$$

$$\Rightarrow A_n \geq G_n$$

### 參. 柯西不等式

設  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ;  $b_1, b_2, \dots, b_n$  為實數則

$$\left( \sum_{i=1}^n a_i b_i \right)^2 \leq \left( \sum_{i=1}^n a_i^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n b_i^2 \right)$$

相信這個柯西不等式，大家一定都不陌生，因為在高一的时候就學過了，所以在這裡我不再多做說明，最後我就用一個題目來給這三大不等式作個結束。

[題目]: 設  $x_1, x_2, \dots, x_n$  都是正數，試證

$$\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_3} + \cdots + \frac{x_n^2}{x_1} \geq x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

證明:

07816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550.....



(1) 用柯西不等式

$$\begin{aligned} (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)^2 &= \left( \sqrt{x_2} \times \frac{x_1}{\sqrt{x_2}} + \sqrt{x_3} \times \frac{x_2}{\sqrt{x_3}} + \cdots + \sqrt{x_1} \times \frac{x_n}{\sqrt{x_1}} \right)^2 \\ &\leq (x_1 + x_2 + \cdots + x_n) \left( \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_3} + \cdots + \frac{x_n^2}{x_1} \right) \end{aligned}$$

再兩邊約去  $(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$ ，得到

$$\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_3} + \cdots + \frac{x_n^2}{x_1} \geq x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

(2) 用算幾不等式

$$\frac{x_1^2}{x_2} + x_2 \geq 2x_1, \frac{x_2^2}{x_3} + x_3 \geq 2x_2, \cdots, \frac{x_n^2}{x_1} + x_1 \geq 2x_n$$

將上面的  $n$  個式子相加可得

$$\begin{aligned} \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_3} + \cdots + \frac{x_n^2}{x_1} + x_1 + x_2 + \cdots + x_n &\geq 2(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) \\ \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_3} + \cdots + \frac{x_n^2}{x_1} &\geq x_1 + x_2 + \cdots + x_n \end{aligned}$$

(3) 用排序不等式

設  $x_1, x_2, \cdots, x_n$  從小排到大的排列是  $x_{j_1}, x_{j_2}, \cdots, x_{j_n}$  因此

$$x_{j_1}^2 \leq x_{j_2}^2 \leq \cdots \leq x_{j_n}^2, \quad \frac{1}{x_{j_1}} \geq \frac{1}{x_{j_2}} \geq \cdots \geq \frac{1}{x_{j_n}}$$

由排序不等式得



3.1415926535391793223846264338

解題大師

28

32195028841971693993751058209749445923

$$\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_3} + \cdots + \frac{x_n^2}{x_1} (\text{亂排}) \geq x_1 + x_2 + \cdots + x_n (\text{反排})$$

### 三. 幾何不等式

所謂幾何不等式，就是含有幾何量的不等式，例如：

$\overline{AB} + \overline{BC} \geq \overline{AC}$ ， $\angle A + \angle B \geq 90^\circ$ ；因此幾何不等式的範圍很廣，無法一一列出，因此我就舉出一些題目，來介紹幾何不等式

(1) 設  $a, b, c$  是任意三角形的三邊長，證明

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ba + ac)$$

證明：因為  $a, b, c$  是任意三角形的三邊長，所以

$$a > b - c$$

$$\Rightarrow a^2 > (b - c)^2$$

$$\Rightarrow a^2 > b^2 - 2bc + c^2$$

同理  $b^2 > c^2 - 2ac + a^2$

$$c^2 > a^2 - 2ab + b^2$$

將這三個式子相加得

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ba + ac)$$

從上述的例子可以看出，用純幾何的方法來解幾何不等式，不過有一些幾何不等式，是可以配合之前的三大不等式來運用的，下面就是一例。

(2) 設  $a, b, c$  是任意三角形的三邊長，證明

$$(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c) \leq abc$$

證明：因為  $a, b, c$  是任意三角形的三邊長，所以

$$a + b - c > 0, \quad a - b + c > 0, \quad -a + b + c > 0, \quad \text{因此}$$

$$a = \frac{(a + b - c) + (a - b + c)}{2} \geq \sqrt{(a + b - c)(a - b + c)}$$

0781640628620899828034825342117067982148086513282306647093844609550.....



$$b = \frac{(a+b-c)+(-a+b+c)}{2} \geq \sqrt{(a+b-c)(-a+b+c)}$$

$$c = \frac{(-a+b+c)+(a-b+c)}{2} \geq \sqrt{(-a+b+c)(a-b+c)}$$

將以上三式相乘得

$$(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c) \leq abc$$

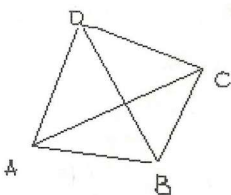
另外也有一些不等式，看起來和幾何一點關係都沒有，但是卻可以用幾何的方法，得到漂亮的解法，下面就是一例。

(3) 設  $x, y, z$  為三正數試證

$$\sqrt{x^2 + y^2 - xy} + \sqrt{y^2 + z^2 - yz} \geq \sqrt{x^2 + z^2 + xz}$$

證明:  $\sqrt{x^2 + y^2 - xy} + \sqrt{y^2 + z^2 - yz} \geq \sqrt{x^2 + z^2 + xz}$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos 60^\circ} + \sqrt{y^2 + z^2 - 2yz \cos 60^\circ} \geq \sqrt{x^2 + z^2 - 2xz \cos 120^\circ}$$



如左圖如果我們假設

$$\overline{AB} = x, \overline{BD} = y, \overline{BC} = z, \angle ABD = 60^\circ, \angle DBC = 60^\circ$$

$$\text{則 } \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos 60^\circ} = \overline{AD}$$

$$\sqrt{y^2 + z^2 - 2yz \cos 60^\circ} = \overline{DC}$$

$$\sqrt{x^2 + z^2 - 2xz \cos 120^\circ} = \overline{AC}$$

又  $\overline{AD} + \overline{DC} \geq \overline{AC}$  (兩邊之合大於第三邊)，所以

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos 60^\circ} + \sqrt{y^2 + z^2 - 2yz \cos 60^\circ} \geq \sqrt{x^2 + z^2 - 2xz \cos 120^\circ}$$

$$\text{即 } \sqrt{x^2 + y^2 - xy} + \sqrt{y^2 + z^2 - yz} \geq \sqrt{x^2 + z^2 + xz}$$

3. 14159265353979323846264338

數學師

29

32795028841971693993751058209749445923

.....055906448390746603282315680842189760711243528430826899802682600461870



3.141592653534979323846264338

數學大師

30

32795028841971693993751058209749445923

從上述例子看出，看似和幾何無關的不等式，竟然可以利用幾何的方法，來證明出來，從這裡，就可以看出數學的奧秘了。

#### 四·結語

其實不只是不等式，在數學上有一脈相承的。像幾何不也是嗎？從小學開始學的三角形兩邊之和大於第三邊，到國中學簡單的幾何證明及作圖，上了高中更將平面的東西，推廣至空間，到了我們現在所就讀的大學，更將所學的領域由具體的幾何推至抽象的幾何，即從二維三維空間推展至 N 維空間，我想這種一脈相承的教材，在數學教育上是有重大意義，我們師大數學系畢業後，大部分同學是在國中或高中任教，因此大家會有一個想法說，我們既然只是要教國中的簡單平面幾何，為什麼要學這麼難的高等幾何，非歐幾何空間幾何？既然只是要教高中的簡單微積分，為什麼我們要我們學多變數微積分，甚至於更難的高等微積分，拓樸學，其實不然！就如同我先前所介紹過的不等式和幾何這些領域，都是從國小國中一直到大學都有的教材，你如果將自己的數學知識，只侷限高中範圍之內，而沒有在大學的時候好好加強增廣見聞一番的話，以後出去教書你只是一位很強的解題高手，根本不配做一位令人尊敬的好老師，所以希望大家可以利用大學四年的時間，好好地充實自己的數學領域知識，記住唯有在高處才能看得清！

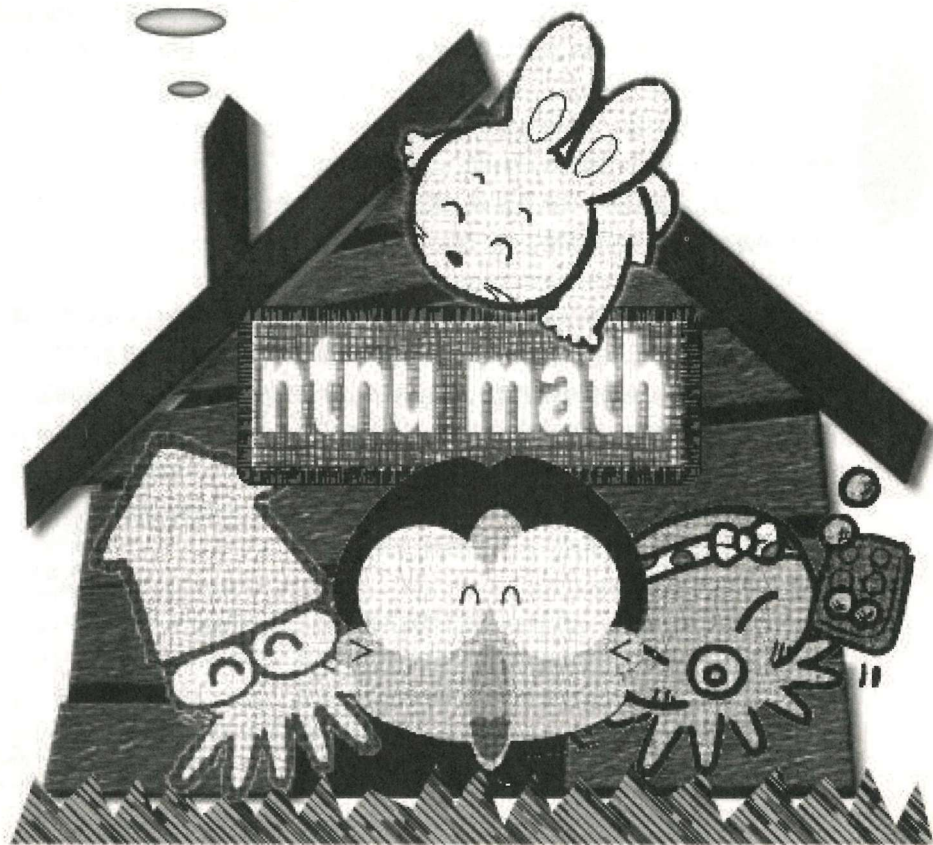
別把數學想得難難晦澀 不可捉摸  
它只不過是常識的昇華而已

L. 開爾文 (Lord Kelvin)

07816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550.....



We are family





# We are family

## 珍惜最後僅有的這幾個月

每次總會在忙得暈頭轉向之後，回到原點來問問自己，跟自己當初的想法是不是相符合？我是不是凝聚大家的感情了？我是不是讓學術的風氣提昇了？老師跟我們之間的關係改善了嗎？股員們在經過了這次活動之後有沒有成長？從打定主意出來選會長到如今，這些片段都仍然不時地閃逝過我的腦海。



88年3月11日的晚上，一群90級中的菁英聚集在交誼廳，修身學長跟慧珍學姐兩位似乎在跟他們說些什麼。之前聽彭公他們開玩笑地說：「如果 bgb 出來選會長，我一定全力支持。」我只能一笑置之，雖然我對學會跟數學營，都有許多想法，但我也知道太理想化了，空有理想，不切實際，只是會被人笑話是痴人說夢而已。學長突然把我叫住了，說是要問問我一些事情，我知道是關於會長人選的事情。有人是課業出了問題、有人是愛情的問題、有人際關係不夠好、有志不在學會，只有我，我只是個最平凡的人，沒什麼課業上的大問題，也不會想專注在讀書方面，也沒有女朋友，朋友也不缺，也很喜歡學會的活動。想不出自己有什麼好，只知道我幫得上忙。從沒想過要當會長的我，竟然登記參選，開始拉票、拜託、宣傳。當下，就找了我得意的伙伴——嵐雄。這時候我開始體會，原來平凡的我其實也可以做些不平凡的事。

這個學會，我沒有把握可以經營得有聲有色，只能盡我的全力，投注我的心力，讓它能更加茁壯。「全力以赴」這四個字好寫又好唸，耳熟能詳，真正做起來卻不簡單。一路走下來到現在，受過成功、鼓勵、歡笑的陽光；也受過挫敗、阻力、痛苦的陰霾；我強烈地感受到，我有一群不要命的股長為了挺我整天拼了命地在為學會做事；我還有一群跟我熟識的朋友能聽我吐苦水，在我失敗喪氣的時候鼓勵我，不論是誰，他們都無形地撐著我的身體沒讓我倒下去。累嗎？倦嗎？因為有正在看文章的你，就是因為有你，常常只是一句關心整個數學系的話，就能讓我高興一整天。



很榮幸為大家服務了一個學年，也很感謝大家給了我這一個成長的機會，在我生命中能有這麼一次體驗，是最珍貴的寶藏。即將要把這個棒子交給下一任數學村的村長，心裡自然是五味雜陳，寫起文章來也千頭萬緒的，但總歸一句話，願這個永續經營的學會，能繼續地蓬勃發展，讓整個數學系成為一個團結合作的大家庭。



# 給各位數學營的夥伴

因為有你們，寒假的數學營有一個圓滿的句點。

因為有你們，鴻成圓了一個數學營的夢。



這次是我第三次參加數學營，前兩次都在架器材，第三次卻是在架構一個營隊。回想當初接下數學營的初衷--因為有夢！沒錯，我一直對數學營有一個夢，各位夥伴用你們一學期的心血幫鴻成圓了這個夢，謝謝你們！謝謝！



「用心過，必有所收穫」，從這次的數學營，我學到了不少東西，包括認識不少的人，從我的搭擋-珮鳳，志祥，八位組長，到各位組員，我們都從陌生變為熟悉，到營隊結束了，大家心中都還泛著數學營的漣漪，換個角度來看，我們好像是數學營的學員，我們也從數學營成長了不少、獲得了不少，不是嗎？我想數學營經驗應該不會輸給「台北經驗」吧：)



籌備期間，常常以門禁為依歸，三不五時就看到四五個人聚在地餐，好像在討論什麼教改方案；有時到司令台或五樓頂間晃，會看到一群康樂隊的在表演；也會看到一群人，一下子忙著打電話，一下子忙著抄東西，以為他們在報明牌勒；聽說會辦也開了家6-12（比7-11還強唷），不過不是便利商店，好像是在開畫展啦。每個人都像豁出去似的，用自己最寶貴的時間，努力建構這個心目中的學校--麻辣學校。



大年初五，離開不捨的家人，帶著有點期待又怕受傷害的心，來到了台北，準備迎接即將來臨的挑戰。七天的活動下來，真的是無聲勝有聲（沒有聲音的比有聲音的多），再加上氣溫變化大，很多人在營隊期間感冒了，不過，都給他撐了過來，真是讓人心疼。更誇張的是，我們的總檢討會一開就是將近七個小時，不愧是麻辣學校的作風。

有形的麻辣學校雖然在2/16告了一段落，不過，無形的麻辣學校正開始在我們心中萌發，珍惜我們一起努力過的點點滴滴、珍惜我們共同走過的一切一切。

「訓導處，精神好」、「總務處，關心你」、「教務處，不回禮」、「輔導處，鐵金剛」、「教室室，有教官」，願千禧數學營溫暖你我的心！

鴻成 2000.3.31







## 遠 哲 經 驗 談

室友的盛情難卻，要我來寫寫承辦這次遠哲科趣的點點滴滴，當然得先跟宥良和欣慧這兩位好夥伴及所有的工作人員說聲謝謝，有各位的幫忙，這次活動才得以順利落幕。參加了三屆遠哲科趣，我有我對這個活動的看法，但是稱不上什麼經驗的傳承，因為活動的性質很簡單，而且有遠哲那邊的配合，不像數學營得規劃四到五天的行程。不過雖然性質簡單，但是要動腦筋的地方卻不少。

不過細部的東西如果事前沒有設想過，當天不發生還好，一發生可能就慌了不知該怎麼解決。細部的東西要有多細啊，就自問自答吧！問問自己要是出問題了該怎麼辦，在針對問題去解決，雖然一切都只是想像，但是不怕一萬，只怕萬一，這方面的問題在活動資料參考手冊（很大一本）都有附上，如果有問題也可以請基金會的企劃主任萬桂竹大姐替你解答(她是個很阿沙力的人喔！)，這些就留給往後的總籌思考囉！



我想我就針對幾點來給他建議一下，也算是整合這次活動該檢討的地方：

### 一、事前的規劃

- 1.特別注意到場地的租借問題，以往遠哲大約是在暑假中(8月底)和我們聯絡，而活動是在11月中，所以可以的話最好就在暑假把場地敲定，以免節外生枝，另外，現在因為由各大學自籌經費，所以借場地就脫離不了錢的問題，如果是由外面的單位來借場地，那可是要好大一筆的費用，所以記得以數學系學會的名義去借場地，這樣子可以省下不少錢喔！至於管理員林先生，仍需修改戒急用忍策略。
- 2.關於場地方面還有一點該注意的，因為每年的競賽項目都不一樣，所以所需要的場地大小也因年而異，活動是在中正堂內舉辦，但是參賽隊伍加上工作人員再加上來賓，四百人絕對跑不掉，還要規劃製作區給隊伍們製作喔！擁擠的程度可見一斑。所以如果競賽項目允許的話，建議將其挪出中正堂，設置在週邊地點，這樣可以增加中正堂內的空間，參賽者也不會牽脫因為擁擠而影響競賽成績。



### 二、事中的注意事項

- 1.準備就緒，行前會的到來大家還是有的忙，中正堂的場地佈置一直是最累人的，所以場地藍圖最好可以更早出爐，避免行前當天一邊佈置，一邊規劃。
- 2.再一次清點各項評分及競賽所需要的器材，逐項清點，要是有遺漏了什麼，行前會的下午再一次買齊，避免屆時少了什麼東西，想想300人正在等你買東西回來，那可真是欲哭無淚喔！



3.點歌用的電腦千萬要與計分用的電腦分開操作，人多手雜是很恐怖的。多抓些有意思的歌來點，也可以緩和一下競賽緊張的氣氛喔！搞不好就莫名其妙的成就了一段良緣，摸蛤仔兼洗褲，一舉數得呢！



### 三、事後的整理

活動總算是結束了，除了將公用器材清點寄給下一個主辦單位外，剩下的小事按部就班處理完就 OK 了。就等著吃慶功宴囉！

大致上的建議就如上述，當然還有很多小地方還得靠學弟妹們動腦筋，當然必須是你參加過後才會得得出來，也不必拿遠哲和數學營做比較，兩者是不一樣的，參加任何活動並為它盡心盡力然後再從中學習到東西，這才是最重要的，對吧！再寫下去我就欲罷不能了，到這裡就好，也期望下屆的遠哲會有更精采的表現。

孝仁 2000.3.20

## 回首學術來時路-空降部隊的心聲

還記得去年的 4 月 21 號，志祥跑來：鴻成你來接學術股，好不好啊？哇勒，真是太神奇囉！當時的感覺，除了驚訝之外，就是惶恐，因為，以前待文教股的我，突然之間叫我接學術股，這不就好比是，找一個大頭兵，上前線選給他當指揮官嗎？套句明財的名言：會爛掉啦！

籌  
學  
師

35



接下學術股之後，就常常跟我優秀的搭檔-家豪，天馬行空的亂想，想要找吳念真、陳水扁來演講，想把讀書會辦的有聲有色，想要做一本不一樣的系刊，想辦在分部前所未有的音樂會，滿滿的理想、滿滿的抱負。「有夢最美」，雖然在籌畫時，遇到了許多挫折，也跟監事有些許的誤會、衝突，無論活動是順利產生或是胎死腹中，畢竟我們曾經努力過。

其實我和家豪只有比其他股員早一個多禮拜加入學術股，所以股長和股員是一起在學術股裡學習，一起在學術股裡成長。經過一個學期，放眼望去，學術股裡每個學術人，都能有獨當一面的能力，活動不一定要股長籌劃，企劃書不一定是股長寫，跑場地、宣傳、場佈…這些工作每個學術人都可以做得來，在這裡每個學術人都長大了。



回首學術來時路，從無到有，很感謝這群學弟妹，還有郁婷對學術股的努力和用心，因為有你們的付出，學術股才有今天，也要謝謝志祥，提供了這樣一個機會讓我和家豪一同從錯誤中學習、一同從挫折中成長。也很感謝大家對學術股的支持。學術股望您牽成。

鴻成 2000.3.25



# We are family

## 最佳公關群

在系學會中，公關算是一個允文允武的股喔！



自大伙兒來師大，從家族抽籤、生日卡、到家族活動、回饋量表，還有大家看不到的「拉廣告」！公關股時時刻刻陪在大伙兒的周遭，做學會與同學的橋樑，做聯繫上感情的工作。就拿「家族活動」和「拉廣告」來說好啦！



家族活動的籌備十分累人，耗時勞神。從活動的構思、連接、整體感覺氣氛……都要股員們一再一再的開會，成為公關股的「例會」，才能將一個家族活動完整呈現在大家的面前。不過籌備過程也是相當好玩的！不只是促進家族感情，也拉近了股員們的距離。像「醉香樓」的造型，可是股員們篩選服飾，經過全股同意才能定裝的喔！花名和關名，也是大家例會時天花亂墜想出來的！辦一個活動有心酸，但只要能讓所有參與者愉快的過一個下午，就是公關股最大的成就了！



「拉廣告」真的是公關股的夢魘，在大雨中，拿著傘，奔波於公館與師大夜市，穿梭在不同的眼鏡行、簡餐店中為系學會多爭取些經費。印象最深的是「春源中醫診所」，陳醫師一知道我們的來歷之後，馬上掏腰包買下我們的所有廣告，他的理由是：「你們學生的錢也不多，要辦活動是要經費的，就當我支持你們年輕人辦活動好好玩一玩吧！」在場所有股員們真是為之動容，感動的五體投地，陳醫師太阿莎利了！真是厚愛我們這群學生！

其它像生日卡，也是花了大伙兒相當大的心力去製作的喔！往年生日卡僅局限於家族成員，今年我們將它擴大，歡迎大家多多來填寫，寫下你們的祝福，公關股會有限時專送的郵差唷！

這是個蠻愉快的合作經驗，因為我們有十分努力且加油的股員，還有美美的三位公關股長，一起為學會打拼創造！下次，大家見到努力的公關股時，記得為我們加油打



- \* 我想，在往後的日子裡，我依然會夢見在公關股的這段美好歲月！ <韶瑩>
- \* 學弟妹真的很優秀，很幸運能和大家共事，公關股的未來真是一片光明呀！歡迎大家加入公關股唷！ <閣芳>
- \* 這裡就像一個家，一群心中有愛的人，齊聚一堂，為理想打拼。我喜歡這種和大家一

起努力的感覺！



<玠樺>

\* 股長認真，股員也很盡心盡力！

<執秘淑雲>

\* 加入公關股，讓人有活力。每次辦活動，腦汁全蒸發；不怕點子多，只怕不勁爆！一二三四籌，累死一票人。活動有口碑，玩過都說讚！我們聽人說，玩得很高興，再苦都願意，作鬼也快活！

<心琳>

\* 很高興和一群漂亮美眉合作。在公關股的日子裡，開啟了我原本羞澀的心扉，也發掘了自己的辦事能力。



<瓏元>

\* 其實當初說要入公關股我是老大不願意的，因為我是個不擅說話的人。直到慢慢熟悉了股內的運作及其他優秀的股長股員之後，我漸漸喜歡起了這份撿到的工作。其實公關股所負責的每個活動都別出新裁，這是我們非常成功的地方！非常替三位辛苦的公關股大姐們抱不平，每次只要有什麼不是，學姐們全包了。我只能說：學姐辛苦了！

<榮展>

\* 從拉廣告到「醉香樓」，為了要做到好不知開了多少會，體驗到公關股也不輕鬆！也是我第一次穿上了女裝！公關股一直努力，想有最好的呈現！同時股內感情越來越好囉！公關股！加油！



<庭彰>

\* 在公關股的日子裡，多認識了一些朋友，很喜歡和大家一起共事的感覺，我只能說，一切盡在不言中，公關股是最棒的！

<曄珮>

\* 這段日子，如人飲水，冷暖自知。欲知詳情者，請加入公關股！

<小魚>

\* 這裡可以認識很多好兄弟好姊妹，經由辦活動增進大家的感情，發覺平常不為人知的另一面。



<慈容>

\* 看著自己設計出來的遊戲可以帶給大家歡樂，縱然帶得很累，其實心裡也是覺得很高興的！^^

<清俊>

\* 經歷了百花爭豔的醉香樓及活力四射的冰淇淋、水球大賽後，更能深刻體驗一家人的感覺。有話直言的股長，歡愉又講效率的會議，叫我怎麼不愛上你們。

<巧雯>

\* 還記得那些美美還很自傲的男士嗎？待在公關股，除了學到不少東西，最難得的是在這裡認識了一些人。從醉香樓到冰淇淋大賽，很喜歡和大家一起努力的感覺！

<心怡>

\* 公關股的酸甜苦辣換取眾人的歡樂時光

<家銘>

全體公關股股員





## 文教股二三事

剛接文教股股長時，講實在的，心中有點害怕，一來自覺能力不足，二來學弟妹也沒認識幾個，但隨著時間的流逝，心中疑慮漸漸消失。



文教股第一份工作即是為迎新特刊（數光乍現）尋找資料，當學弟妹拿給我他們辛苦所找的資料時，內容比我想像的還好，為使迎新特刊更加完美，我和容瑩在暑假期間特地北上，不知學弟妹看完迎新特刊的感覺如何，不錯的話，來點掌聲吧！



至學期初，正如火如荼地準備迎新書展事宜時，不料卻發生九二一大地震，使得整個準備工作遭受莫大困難，且使迎新書展時間也比預定時間延後二個禮拜，在此感謝大家花費自己時間為書展值班及對書展的支持，當然，文教股的每個股員功勞更不可忽視，才能使書展如此完美的結束。書展的工作，實際上是非常繁雜，從一開始的與書商接洽，聯絡送書寄書的時間，到書展前一天整理書的工作，可需要籌備好一段時間的，當然，還需要超級優秀宣傳股的幫忙，才能把新圖地下室布置讓大家有個舒適的地方看書，而書展期間，更需要把大家要買的書所寫的書單建檔，以利事後統計書的方便，當然，我們的工作，並不是隨著書展的結束而結束，之後我們還要把書清點裝箱，聯絡書商我們總共要的書，並把展覽的樣書送回給書商，一直到大家高高興興的來拿自己買的書，我們才能鬆一口氣；整體上來說，這項大工程雖然不輕鬆，但看到大家領書時滿意的神情，我們股內人員也感到非常欣慰了！



鑑於以前旬報未能與系上同學結合，因此將旬報改名為數學風報，期待能給人煥然一新的感覺，為使數學風報看起來更像一份報紙，捨棄用 word 而改用 PageMaker，而數學風報的第一版基本上是「系上大事」，目的就是使數學風報能與系上同學更加接近。也許是草創階段，也許是不熟 PageMaker，使得數學風報未能達到預期目標，希望同學能多給我們一些建議，使得數學風報日益茁壯。



不知文教股給大家的感覺如何，簡言之，您的支持與建議，將是我們文教股改革的最大動力。

後傑、容瑩 2000.3.21





# 前 進 體 育 股

大二下學期快結束的時候，秀麗和淑雲找我接體育股長，可是我之前不是體育股員，對體育股的事情也不清楚，能幫上什麼忙呢？秀麗和淑雲說，另外兩位股長（俊華、仁俊）會告訴我各項體育活動的內容，而且體育股的事情不多，除了班際盃的球類比賽、校運和大數盃外，只有在下學期的系運才會比較忙。我猶豫了一下，想一想覺得自己還可以為系上同學做些事，便接下了體育股長。



在去年的校運，由於系上兩位田徑隊長（信東、彥儒），早在校運前一個多月就開始積極練習，比賽結果我們拿到了男子田徑總錦標冠軍，女子田徑總錦標亞軍。在這之前，我不知道系上同學也能在田徑場上有如此傑出的表現；所以，雖然我只是在一旁加油和拍照，但仍覺得與有榮焉。校運之後就是大數盃了，沒有參加任何比賽的我，一樣是中原、中央兩地跑，幫大家拍照和加油，兩天下來認識了不少同學和學弟妹，拍照也拍得心得來了。

接下來便是最大型的系運，今年我們做了一些改變，少了幾項個人賽，增加了趣味競賽，希望能吸引更多同學參加系運。系運那兩天感謝老天給了我們不錯的天氣，是適合運動的涼爽宜人。同時也看到了平時不易出現的畫面，例如，大家為了搶一顆球仆倒在地上；蜈蚣競走時一群人倒在一起；還有大隊接力時為跑者加油的聲音響徹雲霄。同學們的參與讓分部操場充滿了朝氣，也為數學系第二十五屆系運留下一頁美好的紀錄。



看來我在體育股似乎沒做什麼事（倒是認識了不少人、增加了一些生活經驗），就像當初秀麗、淑雲向我保證的那樣，一切問題都可以丟給俊華和仁俊，所以辛苦另外兩位體育股長啦！也謝謝所有體育股員，有你們的配合與付出，系上的體育活動才能順利進行。當然，希望同學們繼續支持體育活動，大家一起來運動！！

明瑩 2000.3.20





人物專

訪



## 史英話人本



### 關於史英

老師的外號叫做史老鷹，身家清白，品貌端正，一子一女，沒有違法紀錄。生日七月十八日。主修數學，現任教於台大數學系與大氣科學系。早年曾擔任「台北市立交響樂團」等多個交響樂團第一小提琴手。十年前開始投入教育改革工作，曾任「人本教育基金會」創會董事長，現任該會執行董事，創辦國內第一所「理念學校」——森林小學。師資

培育多元化之後，在台大教育學程開設「人本教育」和「教學法」等課程。一九九七年五月，三次為「婦女與兒童安全而走」近十萬人參加的大遊行，曾為主要籌畫者之一。一九九八年起，結合了教育改革與社會重建的精神，投入了「社區大學」的推動與籌畫工作。



當我們三個人組成的採訪小組：姿瑩、繼元、宜展，來到了史英老師在大氣系的研究室門口，遠遠的就聽到一陣悠揚的小提琴聲。進去後老師很客氣的跟我們寒暄了幾句，還各自作了自我介紹，老師很幽默的先替我們打破了僵局，畢竟，這是我們的第一次，而我們的第一次就獻給了史英老師。

以下是我們的訪問內容：

S：請問老師，像我們大部分的同學以後會選擇老師作為職業，我們將以何種態度去面對我們現在的課業？

T：教的人跟學的人之間的差距很大，一個課題很難把別人教會，這是自古以來的困難。我一直覺得要討論這個問題要先從自己的學習開始，你如果學會一樣東西，而我們往往忘了自己學會的過程。如： $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ ，我們現在都會了，可是當年我們也曾經歷過內心的交戰，天人的鬥爭，我們都忘了這個過程，到了現在都覺得很自然。現在有一個小孩子這個東西學不會，你會覺得莫名其妙，你要叫我怎麼教，我會覺得這個事情就是這樣，很清楚很明白，那我要教你什麼，可是我們就是要負責教他從不會到會的這個







過程，縮短這個過程，還要給這個過程一個良好的經驗，以便以後再複製這個經驗，這個經驗不好，以後我們就把它丟掉。人都會這樣，所以我們都會忘了我們的學習過程，有一個很大的關鍵就在於我們的學習過程並非良好。我們通常會去抓結果，去除掉過程，因為這個過程是不好的經驗，令人不愉快，反正現在我知道  $a^2-b^2$  的結果，相關的題目我也會了，至於我是怎麼會的這件事，不要再提了。拜託！這就是我們的心情，如果我們一直是這個心情，我們就不可能再幫助下一代。這就是過去一代一代的經歷，老師自己的學習過程不好，所以他很難教會別人，所以你問的是要點，現在我們需要怎麼樣的學習方式，如果這個學習方式好，我們就能夠把他留下來，作為我們的資產，我們學會一個東西，我們不只是會這個東西，我們還知道怎麼會這個東西，我們已經知道

$\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$ ，我們要保留我們怎麼會的這個過程，將來要留下來用，教跟學是一體之

兩面，我們是怎麼學的，我們就會怎麼教，通常我們不知道怎麼學的，我們就不會教，甚至是亂教，然後我們就把學生整的很慘，甚至有過之而無不及，但是我終究還是沒回答你的問題，我只是強調這個問題很重要。

S：我曾聽過建構式教學，不過不大曉得是怎麼一回事，可以請老師為我們解釋嗎？

T：這個東西我也不會，我也不曉得怎麼回事，那你們覺得建構式是如何？

S：應該是引導，不是填鴨式的，而是給一個架構。

S：老師是扮演一個引導的角色，然後給他內容的指引，一點點的線索讓他自己追逐。

T：你為什麼會覺得這是填鴨，這跟宜展講的又不像。

S：我想是給他一個方向，如果他沿著這個方向，這也算填鴨。

T：你是說以前是直接填內容，現在填的是方向，所謂鴨者則已，這跟被當作鴨子其實是沒改變的，只是填的東西不一樣。

S：假如是給很多方向呢？

T：那表示填很多次的意思囉！那不就更慘，原本小孩子是希望老師趕快告訴他怎麼做，現在他必須記很多種方式。以前考試的時候，他只需要背一種方式，現在卻必須要記很多種方法。考試的時候必須要建構，我不是說一定要這樣，只是說人本來就是會有這樣的懷疑。

S：如果給他假的方向，讓他們自己去發現這是錯誤的？

T：不過你這樣講的話，已經超越了現在的建構主義了，通常這樣講等於是害了小孩子，過去就是這樣老師都不敢講錯的，老師如果講了錯誤的東西，譬如說唸錯一個字，小孩子就記得你唸錯的那個字，那不就更慘，那是把人當白痴的講法。

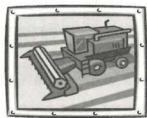






也就是說如果我發現了錯誤的東西，之後我不會再錯，重點是在於我發現錯誤的那個過程，那個意義非常重大，之後印象非常深刻，我反而不會再錯。可是那個錯誤如果不是被發現，而是被指出的話，那就不一定了。我這麼說好了，譬如病入膏肓〈尸乂尢〉，大家說你這麼講是錯的，然後告訴你應該唸膏肓〈尸尢〉，指出你的錯誤並叫你要記得，可是自己通常不記得，仍然記得那個錯誤的東西，因為那個字的錯誤不是自己發現的，突然在某一個機會，有人唸病入膏肓〈尸乂尢〉，然後大家開始爭吵，開始去翻字典，發現字典跟自己想的不一樣，又去找另外一本字典，等到所有字典都一樣時，只有我不一樣，我就開始懷疑是不是他們都錯了，因為我還是覺得唸膏肓〈尸尢〉比較正確，怎麼聽都感覺比較正確，然後我必要作一種選擇，克服我的習慣，但是我也可以不要做，如果我決定要做，這個才是真正的學習。

**學習**是一種天人交戰，內在鬥爭，就是把新進來的東西跟舊有的東西，先不管對錯，將他們做一種交互作用，那個過程如果是非常有自主性的，能夠自行發現的，旁邊有老師可以幫一點小忙，但功勞是在自己而不在老師，重點是老師有沒有去引導，功就是說這個過程，大家的感覺這件事之所以最後能夠這樣，建構教學本來的意思是，就是不要給答案，讓小孩子自己能夠逐步的建構起來，建構是個動詞，可是現在只是這麼說就不夠清晰，我們會有所懷疑，這乃是正當的，假如我們不這樣懷疑，我們就永遠不能夠了解建構式教學，我們會照著我們的想法，那件事本身就是剛剛的那個例子，我會有自己的想法，我會有我自己的猜測，有時候我們會覺得他不錯，有時候我們會覺得他不好，但這都不要緊，只要我們弄清楚這到底是什麼，到最後我們會發現講的人自己也不太清楚，那麼通過這個過程，我們會有一套我們對這個事情的認知，這個過程如果有精采的部分，我們就會有回憶，那功勞是在自己，以後我們會有一套自己對於建構式的概念，而且那個部分是屬於我們自己的。也許跟那個原本提出的人可能不盡相同，這時就會產生鬥爭，原本講的人就會提出反駁，大家可能都會有意見，而且都不相同，這才是真正的學習。



**所以**，分解因式在不同人的心目中具有不同的意義，答案可能一樣，但那個詮式的方式、思考的過程可能不一樣，建構式大概就是如此，我補充一下，建構主義很困難的原因是在於絕大部分的老師學習的過程中，沒有以建構的方式建立起來的概念，所以很難以真正建構的方式去引導學生，所以最後他走上的就變成另外一種填鴨了，只是內容不同，所謂鴨者則已，填者並無二志，填鴨這件事還是繼續保持，只不過填的內容換了，填的方式也換了。這顯然不是真正的建構主義原意，建構主義的原意就是希望改變填鴨的方式，它需要的就是老師自己有建立起一套建構式的學習，所以當我們推展建構式教學的時候，我們第一個應該從大學著手，而不是中小學，把大學老師都教一教，讓他們能夠建構式的教學，不過他們一定學不像，因為他們未曾有過那個經驗，中間一定有許





多誤會，學生就會因此抱怨，你那不是另外一種填鴨而已嘛！然後我就會罵回去，我已經很努力了，這不是已經建構了嗎，你們怎麼還說我填鴨呢？這時學生就會比我強了，他們就會有一部份經驗，等到學生當老師時，他們就會比我當老師強了，他們再繼續推展，經過兩三個輪迴之後，建構主義真正的意義可能就 ok 了。若其不然，老師的老師還在填鴨，你們希望這些老師以後再填鴨，門兒都沒有，這件事情其無疾而終是能夠預期的，搞到後來就沒有下文了。大學裡作這件事比中小學作這件事情更難，很難把大學教授集中起來集訓，作個教師進修，他認為自己是老大，他們負責進別人的修，自己不需要進修。這就是最困難的地方。

**S：**森林小學辦起來，那些小孩子到社會上的發展是如何的？

**T：**這個問題等同於下面的問題，如果我們真的以建構的方式教，那些小孩子將來到社會上怎麼辦？

**S：**我想知道他們學習的狀況是……？

**T：**他們的學習方式比較像是矇的，不像我們剛才那樣，他們會矇了很久，或說是瞎矇。

**S：**那有沒有給他們線索？

**T：**也不能說完全沒給，也可以講說他們不太認真，因為他們不理你，這是另外一個重點，就是說填鴨這件事，它是個陰影，無所不在，要解決這個問題，不只要解決老師這邊的問題，還要解決學生這邊的問題，學生如果很習慣於被填鴨，你想要不填都很難，你不填，他自己填，所以必須要造成一種情勢，讓學生能夠顛覆過去的習慣，通常小學一年級進來就習慣被填了，甚至幼稚園時就已經填了很多了，我也不大會講，那是另外一種環境，整個情境都不一樣，這已經超越了我們對學校的想像，你給他線索、引導、暗示，他不見得理你，在一般學校是不行的，老師說東，學生不能說西，如果亂說的話，那這堂課不曉得得到些什麼，這是我們很擔憂的一件事，這種擔憂就會造成一種變相的填鴨了。我現在給你一個線索，大家都要去關心我們這個線索，換一種情境，他不去關心這個線索，當他不理你這個線索時，就很難填他的鴨了。反過來說就可以說他沒學到，因為他沒學到你那個線索，相對的你就沒填到鴨了，這件事就是一體之兩面，那是更高難度的一件事情，他不理會你的線索，還要能學到東西，如果他什麼都沒學到，那就不算數了。線索是無限的，老師能給的是有限的，怎麼樣真正的解放，讓人的學習變成一種自主的學習，是他自己內在的邏輯，讓他自己去走走，沒走就不算數了，只要他走了，就算是一種進步。

**S：**請問森林小學裡的老師扮演什麼樣的角色？

**T：**無奈的角色，就是你給他很多線索他不理你，也就是說老師的成就感要以另外一種方式衡量，假如以傳統的方式衡量，沒有老師願意去做這種事情，我上了一節課沒有人理我，那我為什麼要上，換另外一種方式來說，他們用另外一種方式來反對你所給他





們的線索、內容、主題，總不能說老師什麼都不做，只站在那兒，那就不叫老師了，那叫做石像。有一個要件就是說，學生可以不要理你，這麼一來的話，這個老師的成就在哪裡？就在於他所給的東西有沒有引出其他的東西，而不是有沒有引出這個東西。比方說今天我要教分數的除法，講到最徹底的就是沒有學生要學分數的除法，或是有一半的學生不想學，問題是他們不理的時候他們在作什麼，這時候他們連主題都顛覆了，不要說線索了，他們如果做的是一件有助於學習的事，這仍然是老師的成就，衡量老師的方式改變了之後，老師的角色就跟著改變了。老師的就變成促使學生學習的角色。怎麼個促使法，依以前的話講，就是那一根棍子，但是我們現在不是這個意思，促使學生學習是怎麼樣讓學習發生，而不管他是以什麼方式發生的，這是高難度的。光判斷學習怎麼發生就很困難了。

S：如果遇到問題學生，那該怎麼處理？

T：每個學生都是有問題的，大家都是問題學生。

S：我是說比較特殊的那一種。

T：那就照正常方式處理。

S：什麼才算是正常方式？

T：但問題是什麼才是正常方式，我們只要想說什麼是不正常的就好了，叫去罵、叫去處罰就叫做不正常。

S：如果這樣的話，不會讓他們太自由嗎？

T：不會啊！這樣反而很不自由，因為你不管作些什麼，都會有人跟你囉唆，那就比打屁股更不自由。比如說你打翻一盆花，照校規要打三個屁股，打四個你可以抗議，打兩個，其他學生 complain，打完三個屁股就可以很高興走了。很自由，心裡沒有負擔。現在不打屁股，你打翻了一盆花，你就被找去，然後問你說，你為什麼打翻了那盆花？你說，我不是故意的。你怎麼確定你不是故意的。何以見得？我為什麼要故意打翻那盆花，那盆花跟我又沒有仇，我當然是不小心的啊！在你內心深處，你確定你跟花沒有仇嗎？上次你爸打你屁股時，剛好在一盆花的旁邊，你會不會因此把情緒轉嫁到那盆花上面？比如說這樣，那小子就傻了，打破一盆花哪有這種事情會發生？其實打翻一盆花，也可以當作一堂課。教育就是這樣，如果沒時間管就算了，「小心點別打翻那盆花喔！」一句話就結束了，這就叫做正常，當有時間的時候，興趣來了，我們就來研究一下，那盆花是怎麼一回事。諸如此類。你們不能誤會每次打翻一盆花都要這麼做，沒有人有那種美國時間。不過你們不要誤解，打翻一盆花沒有怎麼樣，那就會有人抱怨，這是一種誤解。如果有人看到每次打翻一盆花要搞上一個小時，就認為每件事情都要這麼處理，這當然又是另一種誤解。所以什麼叫做正常，就是自然的意思。打翻







一盆花又怎麼樣呢！有空我們研究一下，沒空我們就算了，換一盆花就好了，算我倒楣囉！其實你打他一頓屁股，他還是會打翻一盆花。

S：辦了森林小學後，有沒有想到要繼續辦中學？

T：還沒，因為最根本的必須從大學開始，我們還沒有力氣辦大學，所以不可能辦中學。

S：近年來師範體系有沒有什麼進步，或是說還有沒有缺失的地方？

T：最大的進步就在於它不在包辦老師的培育工作了。應該說它最大的進步是建立在別人的參與上。平實的講應該還是有進步，不過這種進步不是根本的，應該說它不是徹底的進步，是比較外圍的進步，這是我的觀察而已，但是不一定正確。我之所以前面這麼說，是因為它的進步比較多是在於它的進步來自於新的比較多的人或事的加入，它新做很多事，以前未曾作過的。比方作一個集合裡面多加入許多好的東西，整體來說這個集合是有進步的，但是他對於過去不好的並沒有作過反省和批判，就這點而言，不算是徹底。所謂的進步應該算兩方面都有，一方面加入新的東西，另一方面對舊的作檢討和批判，並不一定要馬上改進，但對於舊的東西作檢討，就表示說我能夠認清我的問題在哪裡，只是我還做不到。畢竟一切都要慢慢來，只不過很緩慢，如果只加入新的東西，舊的東西都不動，這還是進步，但這並不是根本的。我並不保證我講的都是對的，這是我的感覺。簡單講就是舊的做法從來沒有被檢討過，有一些東西慢慢改變，但是對於舊的東西從來沒有一個交代。以自主性來講，以前的新竹師院，要求全校學生每天早上起來跑操場，現在取消了，但是為什麼要取消，並沒有一個好的交代，甚至當初為什麼要跑，那時候怎麼會有權利要求學生要跑，這並沒有檢討，所謂檢討是在於學生之間，教授之間，學校的行政體系之間，那就是進步。一個真正的進步是要對錯誤的事情有所檢討，其實我覺得師範體系的進步其實沒有思想性，它是因應時代的潮流，慢慢轉化。



**後記：**這次專訪史英老師，中間的過程還算順利，尤其是聯絡的過程，讓原本緊張的我們都鬆了一口氣，很多事，只要敢去做，相信都會有人支持的。老師人也是很客氣，並不會因為我們只是學生而對我們不耐煩，尤其是接受我們這麼粗糙的訪問。身經百戰的老師也不會一看到我們就開始搖頭，反而，結束時老師還送了我們一本書，並建議我們

可以去旁聽一些他開的課程，其實，老師的意思是可以多聽聽看人的講法，有時候，去台大聽聽課啊！有時候說不定會有一番嶄新的收穫呢！藉著專訪的過程，也讓我們體會了當小記者的有趣之處，同時有另一種滋味，現在，我們準備去慶功了！







今天，學術股的三位夥伴，繼元，姿瑩，詠銓三位一同來到了曹老師的研究室。大家在外面討論了很久後，就展開了我們今天的訪問。

曹博盛老師帥帥的照片



**S：**現在在師大數學內所唸的一些東西有些是在以後用不到的，例如微積分或其他等很理論的東西，在以後的教學中不盡然都會用在教學上，那麼我們在師大數學系中應該以什麼樣子的態度去學習這些數學？

**T：**照這麼說的話那麼小學畢業的話就可以教國小，國中畢業可以就可以教國中，高中畢業就可以教高中，這樣對嗎？以前要教國小的話至少也要高中畢業之後進入師範學院才可以教國小。假如從學習數學的角度來看的話，有一個叫做從高層次回去看低層次，回頭過去看以前所學過的，比較能了解整個數學的結構，假如你當老師，你學到的東西跟學生的學到的東西一樣多的時候，教的很虛，你講的你也會他會，兩者沒有差別，所以很顯然老師看東西跟學生看東西的角度一定有所不同。我們看的是一個東西整體的架構，想一下你以前在學高中的教材時，有沒有想過為什麼第一章要出現這個，第二章要出現那個，現在回過頭去看你會比較了解整個大概的架構。你在教學生的時候有沒想過一個問題的起源開始和及後續的發展？舉個明顯例子來說好了，流水問題在國小時老師就會教用順流速度減逆流速度，求船速順流而下的話就會用水流速度加上船的速度，逆流的話就會利用水流速度減去船的速度；還有未知數的問題，大數加小數的和和大數減小數的差兩個相加除以二就是大數，相減除以二就是小數，這些都是老師所講的，你以前有想過為什麼要這麼做嗎？像這種東西就很多，但是到了國中之後，你會發現到很多這種問題都是國小所教過的，回過頭來看這些問題，他們的架構是二元聯立方程式。現在大學念的，你就是回過頭去看看那些東西，從更高的觀點來看，你以前是在學些什麼東西，你想想，你大學畢業後你可以去教大學你所學的東西？那為什麼還有人要去念博士，念碩士，因為對這些東西會有更深不同的體認，看到了一個問題之後，不僅僅是看出問題的答案，還要能夠知道其他有關這些問題的東西，像能分析這種問題的做法或是牽涉的領域，而不是教一題問題就只做一題問題；另一個方面來說，以實際的問題來看，關於日常生活的問題，不必念到國中，做那些的問題，難道需要用到代數？沒有，像買汽水的問題，念到小學





就夠啦。現在念的很多東西不是馬上功效就看的到的，很多東西是引伸在後面。天下文化出版社有一本叫做「幹嘛學數學」這本書你們有看過嗎？這本書真的不錯，我推薦你們去看看，那本書會幫助你解答你心中的疑惑。

**S：**如何啟發學生學習數學的興趣？

**T：**就像我剛剛這樣講，以消極的態度來說，不要打擊學生學習數學的興趣，怎麼說咧，因為你要啟發學生的興趣這牽涉到學生的本質，學生在思考數學的時候也有分許多種不同類型的思考方式，你要教不同類型的學生，也要考慮到在教的時候要怎樣改變教法，這些都會多少影響學生的興趣，當然在教書的時候要記得要盡量去配合到學生思考的型態，這是說從這方面來講，不過就現況來說的話，盡量不要去抹殺學生學習數學的意願，因為學生在這種國中生年紀比較小的階段來說，不會有什麼興趣，很少會有對某些科目會說有興趣，其實這些喜歡跟他的成績好壞成正比，成績不好的話就不會喜歡，成績好的話也不見得會喜歡。你想一下，你以前成績不好的話你會喜歡那科嗎？在以前國中的時候，萬一你數學考四、五十分的話你現在就不會到數學系來了對不對？以前考不好沒興趣的話就更不會想念了，對不對？從消極來說就不要打擊學生的興趣，從以前老師的心態就是有種要修理學生、要整學生，要給你好看，我們不是這種目的，我們是想要試著去了解學生的問題，要能幫忙他，考試並非為難學生，這種心態要調整。以前很多老師在教書的時候，常常只想的是聯考，所有的考試都在模仿著聯考，方向都不對了，這種的什麼類型都被聯考壓迫住，但是我們平常在上課的這種學習是要了解學生有沒有學到，但是學生學到的是這一段而已，聯考是考整體性的東西，會綜合起來，所以說像參考書這種東西的題目裡面都是在模仿聯考都是綜合的，跟我們平常的段考的設計是不太一樣，但是現在連段考都在模仿聯考，所以說現在方式都是不對了。另外一個就是心態說不要怕學生考的好，學生考的好了的話不只學生高興對自己也是一種鼓勵。你想想看，學生考的好了的話表示他們學的好，這也表示你教的好啊！以前有些老師心態有點偏差，自己覺得學生考不好那是應該的，這種人就是會打學生的興趣，假如他們一剛進來新學校，就這樣子對待他們，就會有一大堆的人拒絕學習數學。從正面的方向來說，從課堂上看教材如何使它們生動活潑，吸引學生產生興趣，這些都是我們可以去想的，怎樣讓教學更生動，引起學生的學習興趣。

**S：**老師在國中教過，請老師講講以前在國中的各方面教學的經驗。

**T：**要講這個我還真的不會講，因為講這個很多，我不知道要怎樣講。以前在實習的時









到這種學生怎麼辦？而你還是她的導師，位置還是要排，只好勉強其他的學生跟她坐在一起，座位的安排是兩排併在一起，有的時候是一排一排坐，當時只能一排一排坐隔開，盡量讓她坐的位置左右前後不要有學生，要嗎就坐在最左邊一排或是坐在最右邊一排，這要稍微注意的。另外還要特別注意的就是她家的狀況如何，怎麼都沒人管，那個學生是比較特殊的小孩，因為那個學生的媽媽離家出走，那爸爸也沒管她，照顧她的是她的阿媽，對她不是很注意，像這種的事情也是不太好講，你以後出去教書的時候跟同事的交往就很重要，你在一個學校能不能待的下去就是看你跟同事的相處，過得愉不愉快，我發現到以前我在的學校都相處的很好，當然就過得很愉快，同事相處的好，行政人員不好，就會得到同事支援或是安慰或是教你一些絕招，有時候一些好朋友也就因此而產生，朋友大部分都是以前的同學，出去教書不見得同學都在你身邊，所以說跟同事的關係就很重要。像剛剛那種情況，我就找一個國文老師，女的，對這種的問題能夠幫我我去檢查或像問一些問題啦，或是像去找輔導室的老師。像某些事情因為女生的事男生不好意思去開口。還有一年遇到的學生，早自習一來就在哭，他說他早上來的時候有男生對他怎麼樣，當時有些事情我不好意思當面問下去，你只能問說能不能怎樣去找到這個人，那其他的事情就要去找想保健室的護士或是輔導室的老師來看看對他比較好處理一些事情。像我也遇過單親家庭的問題學生，因為是單親家庭，可能問題比較多，父母不能照顧的到，像這個是媽媽跑掉了，爸爸是當拍電影武打的替身之類的，有一天早上他跟我說他爸爸想要對他怎麼樣，說要他代替他媽媽，你聽到的話就猜到大概是什麼意思了對不對？有些話你能夠繼續問下去嗎？有些話實在是很難開口，我跟你強調的就是說，有時候出去教書要好好跟同事相處，日子就會過的很愉快，甚至你會覺得說，有時候在教學有些地方會過得很不如意，你會想你花了那麼大的心血花了這麼多的時間結果學生考得這麼爛，氣得要死，有的時候同事會來安慰你，所以我一直覺得出去教書的時候跟同事相處的時候，跟同事相處的好，你就會在那個環境生存下來，相處不好就好像被人家排擠。

**S：**那學校會不會有老師分派系？

**T：**有人的地方一定會有這種的情況，我在那邊我倒也不管別人怎樣，去跟他們爭什麼利益，我教我的書，因為會有那種的，就是要去爭什麼東西，如果不去爭，不管是職位或是錢的話就不會有這種現象，像以前有些校長掌握福利社，福利社不是都有經理之類的，就會指定經理位置，就牽涉到剛剛講到的利益問題。有的時候爭來爭去爭最多的就是那個錢，對於學生我盡我的義務把書教好，日子過的很快樂，最基本的就是我盡到我的責任。







# 老 生 長 談

在種籽，我們把老師看成是「園丁」。

負責把一個花園整理好。

《種籽手記》



# 甄試經驗談

數 89 乙 林玉

甄試是要靠一些運氣的，有準備的話機會當然較大，我一開始考慮甄試的學校是台大和清大，但是清大的簡章卻比別人提早發售，報名提早截止，等我注意到時，早就逾期了；所以順理成章地台大便成了我全力以赴的學校。

**準備期間：**關於考甄試有兩套說法，說法一是——你要去搜集並問問看台大高等微積分和線性代數用的是那本書，然後再針對台大的趨勢去準備；說法二，也就是我自己的經驗——洪萬生老師曾說，讀書過了一個門檻之後，其它的就是累積的了。所以我想，那我要朝著那門檻前進，從自己熟的書先讀，有餘力再去讀其它的，所以我高等微積分是讀系上使用的藍色皮課本和趙文敏老師的書，線性代數則是讀許志農老師黃色皮的課本。

**推薦甄試所須文件：**包括就學計劃和教授推薦函，其實這些不是比文采，只要寫來誠心就好了。我的就學計劃只寫了三分之二A<sub>4</sub>紙，教授推薦函是請郭忠勝老師和林義雄老師幫我寫的。

**筆試：**如果沒有把握的話，最好能夠讀台大用的書，不然可能會發現怎麼讀的跟考的有些不一樣。

**口試：**這是我覺得可以跳脫「因為用書不同而產生差異」的機會；據說，如果筆試很高，教授一定會讓你考上，如果筆試還好，那就要看你的口試了，台大口試是問筆試沒有作出來的題目，所以考完之後還要再想一想自己沒作出來的部分。台大教授問問題都很直接就切入主題，問的問題答不出來或當機並沒有關係，只要表現出“我試試看”的自信，他們會看你的反應，然後引導你作出來的。

參加甄試最重要的是以平常心來面對，因為甄試是要靠點運氣的，即使錯失了機會還有另外的機會，千萬別太在意，即使在意也只能在意一小段時間，過了之後，就要馬上整頓心情，再準備下一個考試了。



# 科學哲學、科學 與科學教育

數 88 黃哲男

## 科學哲學與科學史

從十七世紀科學革命至第二次世界大戰結束，對大多數人而言，所謂的科學是像物理、化學、機械、天文學等需要大量仰賴數學並強調共通定理重要性的許多學科之總稱，不過二次大戰結束後，科學不再只是上述這些學科的總稱，一般而言把依據當時大部分的社會大眾所接受的某個理性以及妥當的基礎所建立起來的一個探討系統稱之為科學。當科學大步向前邁進時，無論是沾沾自喜的科學家也好，如獲至寶的社會大眾也好，無不沈溺於科學所帶來的豐碩成果之中，因之，人類似乎沒有必要對它做過多的反省。唯有當科學製造出意想不到的問題或困境時，人們才會回過頭來關切這個顧盼自雄的知識領域，看看是否真的那麼值得人類為它孤注一擲。

不過就哲學家而言則稍有不同，因為懷疑與反省本屬哲學家份內工作，科學萌芽時期如此，科學昌盛時期亦復如此。他們始終在詢問：知識是可能的嗎？它的基礎何在？若沒有最後的基礎，知識是否就是任意的、非理性的？果真如此，我們又如何證明知識是進步的呢？

在一九二〇和三〇年代，科學哲學已儼然逐漸發展成一研究學門，科學哲學家遂順著以往科學探討的成果與脈絡，對這一領域加以評估和反省。

不幸的是，科學哲學家在反覆的探討之後發現科學知識的基礎並不若一般想像的那麼堅實，然而科學帶來的文明果實又不容大家忽視，於是科學哲學家就企圖從各種角度為科學尋找一個穩固的基礎。總括而言，二十世紀以來，科學哲學的發展是迅速的，科學哲學的許多派別都透過科學知識的分析來探討認識論和方法論問題，可是對於什麼是科學知識，什麼是科學的核心問題，看法卻迥然有異，因此在某些科學哲學領域中，吸收各類學科的重要經驗性結果已屬司空見慣，僅以（天文）物理哲學與生物哲學而言它們都十分仰賴自然科學近年來的進展。

此外所有的科學事實，甚至於科學理論都會成為歷史，只有發展過程才是活生生的科學，而這就是科學令人著迷的地方。科學門外漢可能不瞭解這一點；他們對那些從事科學的人也有同樣的誤解，認為這些人跟科學工作一樣：冷酷、無情——簡單的說，就是沒有人性。



不過有趣的是科學發現的過程卻常被指為情緒化，當一個科學家建立一個新觀念時，通常都會踩在別人的理論上，這使得持原來理論的人心有不甘，抵死不從，有時可能會延遲科學的發展，甚至還發生科學（教育）倒退的情形。長久以來，許多人都把科學的合理性與進步視為明顯的事實或當然的結論，由歷史便可知道這個鐵律也有生鏽的時候。

科學史著作中暗含著豐富的哲學假設，對科學史家研究成果的特點具決定性作用，例如有一位科學史家深信唯有實驗才是否定一項理論的決定性理由，那麼他必然會集中全力於研究所謂判決性實驗。

由於歷史沒有中性的資料，同時科學史家處理任何個別歷史事件會受到他個人以為科學重點何在的既有哲學觀念所影響，因此建立一個批判的標準便是一件重要的工作，也因此科學史與科學哲學便有相互依存的關係，任其各自發展殊不合理。是故 Lakatos 才會曾說：「談科學哲學不談歷史，流於空洞；談科學使而不及哲學，失之盲目。」

不過目前科學教育的方式僅是把科學當作一種按部就班的儀式來教。幾乎每一本科學教科書都把教材編寫成一系列條理分明的章節。其內容就像一部所向披靡的十輪大卡車，一路浩浩蕩蕩，將科學觀念硬塞給學生，從來不提這些概念誕生時的艱苦過程以及給予學生評斷的機會。

《全是贏家的學校》（《Redesigning Education》）一書的作者 Wilson & Davis（1994）指出：「過去十年來教育改革徹底失敗的原因是，美國的教育改革還緊守著過時的教育觀，不只在今日無法發揮功能，更無法符合當今的需求。除非我們對教育的意義及本質的傳統預設得以消失，代之以新的典範思考，否則再好、再適當的改革構想，也必然失敗。」

誠如上述，除非我們對於科學教育的意義與目的以及科學的本質之傳統預設得以消失，代之以新的思維方向，否則就不可能出現較好的改革構想，而科學教育也將導入失敗。

傳統的學習造成許多失敗的例子，根據 Gardner 的研究，近幾十年來所匯集的眾多研究報告證實了即使是訓練有素、表現良好的學生（例如：讀好學校、乖乖上課、成績很好、很受老師讚賞的學生），通常也沒有充分理解他們所研習的課業內容，其中跌破專家眼鏡的是物理，約翰霍普金斯大學、麻省理工學院和其他知名學府的研究人員發現，只要题目的型式稍微異於課堂的典型教學或測驗，即使物理成績特優的學生，也往往無法解決一些基本的物理問題。

除了解決傳統失敗的問題之外，面臨資訊網路漫延的時代，好的教育必須要讓學生學會如何駕馭資訊以解決問題、發揮想像、致力創造，換句話說，學習不只是增加學習的資訊量，更重要的是培養學生蒐集資訊與組織資訊的方法。

未來的學生必須要在複雜的情境當中做抉擇、做判斷，一股腦地把一堆死板板的知識塞到學生的腦中，對於其將來適應複雜多變的環境是沒有多大的幫助，因此便有許多教育學者提出要讓學習者主動建構知識的想法。



## 建構理論的哲學觀

從哲學的觀點來看，教育要培養的是兒童主動建構知識的能力，形成自我的知識網路，適應未來社會生存的能力。從社會學的觀點來看，教師要尊重孩子的想法，並且培養孩子如何尊重別人。在培養孩子基本知能的同時，也發展孩子說理、溝通、尊重、合作、悅納的民主素養。從心理學的觀點來看，教學的目的，不只是在於增加新的知識，更重要的是培養學生學習的動機與學習的方法。教師要對於學生認知的歷程有充分的瞭解，並且適時地給予學生必要的協助，讓孩子成爲一個具有獨立學習能力的人。

所以兒童是學習的主體，而不是知識的傀儡。適應未來的社會環境不能只是把知識像食物一般，從老師的手中塞給學生。所以學習的方式不再是老師教而學生學，應該是由學習者發動，知識應該是學習主動建構的結果；主動建構學習是提供學生一個海闊天空的思維空間，讓蟄伏的心靈得以解放，暫時拋開成人的法規與禁制，讓兒童從協商之中重新建構生活的規律與規則。教師是一位協助者、情境佈置者、傾聽者與困難的協助者，讓兒童成爲真正學習的主角，主導學習的方式與進程，成爲真正的學習主體，並且透過反省的機制不斷修正自己的行爲，成爲一個主動積極、適性發展的學習者。如果從哲學的觀點來看主動建構學學習，學生的角色將從受教的客體轉化爲求知的主體，因此主動建構學習的哲學基礎應該是強調學習者主動建構知識的建構主義。

知識建構論和傳統的教學理論有以下的不同：

1. 建構觀不同於傳承者
2. 教學觀不同於訓練觀
3. 關聯性的理解不同於機械式的理解
4. 內發性的動機不同於外型式的增強
5. 佈題者不同於解題者
6. 重視兒童學習的路徑差
7. 知識是協商的歷程而非傳統的結果
8. 強調知識是反省的結果

因此以兒童爲中心的課程，學校應該提供學生選擇課程的機會，並且協助兒童擬定自我學習計畫。讓兒童成爲一個學習的主體，一個擁有自動自發且自勵學習能力的孩子。所以教師在於課程設計與情境佈置時注意底下三點：

**善用空白課程，培養學生自我規劃的能力**

空白課程的內容可能是由師生共同建構的，也可能是由學生獨立設計自己的學習活動，空白課程需要有足夠的教學設施與制度來配合，譬如開放與另類的學習空間、彈性課表，老師引發學生學習動機及培養學生自我規劃發展的能力。

### 安排溫馨、民主的學習情境

溫馨的情境，可以讓學生的學習產生安全感，是孕育學生創造思考的土壤；而民主的氣氛則可以萌生學生自由的意識，滋長理性對話與批判思考的能力。因此學習場所的感覺是溫馨，氣氛是民主的。

### 提供學習的鷹架，培養學生主動建構知識的能力

主動學習不是放任學習，而是提供多元的選擇，佈置豐富的情境，協助兒童自我計畫、自我執行、自我反省、進一步自我建構知識概念。

建構主義所揭示的不但是兒童主動建構知識的觀點，也指出教師如何建構美好的教學情境，協助學生主動建構知識的重要性。不過根據研究，在教學的現場中，教師經常有意或是受其信念的影響，無意的給予學生暗示或是過份介入學生建構知識的活動中，所以有些人會不清楚，讓學生主動建構知識，老師應該扮演什麼樣的角色才適當？做什麼樣的準備？什麼時間介入？什麼時間放手？如何啓動學生討論及主動學習的動機？這是一般教師的問題，也是家長的問題，本文並打算對這些問題深入探討。

## 對於數學教育的一點點反思

記憶中，學數學就是做很多計算題和應用題，只要把老師指派的功課和參考書上的習題做熟，就表示數學已經學會了。從未想過，數學是什麼？為什麼要學數學？學數學有什麼用？若真要追問答案，大概是為了升學考試吧！

有一天，當我們也都成爲老師後，將會發現很多學生逃避數學，而他們之所以懼怕數學，是因爲數學卷子上的題目太難，有的甚至只能眼睜睜地望著卷子就像一頭待宰的羔羊般任人宰割，於是一開始消極地躲避以致於最後強烈地排斥。數學的內在特質就是思考，不培養學生思考的能力、不給學生思考的機會就無法使學生真正體會數學的威力與美感，無法體會數學威力與美感的人就不會真正喜歡數學。

「如何培養小孩思考數學問題，進而喜歡學習數學，甚至用數學的語言與人溝通、表達自己的想法」將是數學教育中最重要的一議題。

### 參考書目：

1. 以昂·海金著，蕭明慧譯（1998）：科學哲學與實驗。台北，桂冠。
2. 勞登著，陳衛平譯（1997）：科學的進步與問題。台北，桂冠。
3. 林文生、鄔瑞香（1999）：數學教育的藝術與實務。台北，心理。
4. 劉錫麟（1997）：數學思考教學研究。台北，師大書苑。



# 談教甘苦試

風~

一個月的實習試教終於快劃上休止符了，也許該為即將到來的「解脫」感到開心，但也不免有些許的擔心；再過幾個月就要畢業了，接著要面臨的是一年的實習生涯，能朝多年來的老師夢又邁近一大步固然可喜，但那時再也沒有指導老師幫我們撐腰，更沒有相處四年的同學幫我們打氣，一切都得自己來，再加上現在的学生，已不像以前那麼單純了，能不教人心憂嗎？

這個月來，在葛芳看了很多“樣式”的学生，有抽菸的；混幫派的；學習障礙的；單親家庭的；拒學的……；可說是琳瑯滿目，但我們能將這些問題学生都放棄不顧嗎？不能！於是，一個老師可能得扮演著多種角色，來接觸這些学生的內心世界，進而對症下藥，引發他們在學習上的興趣。但，很可惜的，並不是每個老師都有這份心；以教學來說吧，今天多數学生會拒教學於千里之外，有一部分是自身的教理能力不強，可是有一大部分的责任是老師所該承擔的；我不懂，教學並非真的那麼枯燥的，但偏偏有許多“名師”把教學教得比史地還要死；記公式一考試一打罵一背一再記一再考，欠了学生自然會記起來，沒錯，是有效率，但卻沒幾個学生懂為什麼！只曉得下次再考砸會被k；這是現在的數學教育！為什麼數學不能像理化一樣生活化？為什麼數學課不能像輔導課一樣，輕鬆地呈現在学生面前？數學不是有很多的小遊戲，有很多的小故事嗎？為什麼在課堂上，這些「甜點」全都消失無蹤了呢？為什麼学生問爭的是那一兩分的差距，卻不在乎是否真的了解了？太多的為什麼，也太多的遺憾了，將數學逼上“死路”的，是老師，絕不是学生；有多少老師用成績來衡量一個学生的數學成就？考高分的就是好學生，考不及格的就是沒教；又有多少老師將学生們的信心踐踏得支離破碎？看了真教人心痛，號稱「科學之母」的數學，帶動了科技的發達，卻帶不動学生那顆疲累、滿是傷痕的心！

為什麼要學數學？很多人都想過這問題；但，有沒有人去想過「為什麼不學數學」這問題呢？像這類的問題，在我們閒暇時想想，也許能提升我們對數學的認識；但對学生解釋這類的問題，成效卻是不盡人意；對於即將投入教師市場的我們，應該先問問「為什麼学生不喜歡學數學」才是，試想，若一個人不喜歡打籃球，我們卻不斷地告訴他打籃球有多好玩，有用嗎？排斥是興趣的殺手，如何讓学生不排斥數學，是我們在讀書考試之餘，所應當省思的問題；也是為日後出去教書時所做的準備之一！





# 我的體會

數 87 黃惠玲

初執教鞭至今，面對各式各樣接踵而來的問題，時常措手不及，探究原因，深覺自己所學不足，雖利用課餘時間自修，但斷斷續續，成效不彰，於是想起，若是在大學求學期間能妥善規劃時間，有系統地學習，多方面地吸收，備備自己的專業實力，想必在日後教學方面能更遊刃有餘。就是抱持著這種想法，所以決定以數學系友及任教老師雙重身份的觀點，來為有志走向教育路線的學弟妹們建議應該在大學階段增進哪些方面的知識。



## 1、教學專業方面：

「站得高才能看得遠」，系上為我們開的課，有時以表面來看，好像對日後的教學沒有直接的助益，可是當你真正用心念過、念通，柳暗花明之後，你會看到它實際應用在何處，有過深刻的感受，才能「言之有物」，所以，建議大家，系上的課真的要認真k。



除了系上正式開的課以外，坊間有些數學方面的通俗書籍也很不錯，可以增加數學的柔性，也能幫助自己對整個數學的發展有概括性的了解。依我的觀點，我覺得：數學的歷史就像樹幹，而幾何、代數……這些不同的分支，就如同樹上的花與果實，花雖美，果實雖甜，若是沒有樹幹的支撐，那它們也無法健全發展！而這些書籍，系上的書展都買得到，如果覺得太多，不知要買哪些，可以請教學長姐或系上的老師。

再來就要建議大家多上圖書館看雜誌了。如「科教月刊」、「數學傳播」、「牛頓」，還有國外的一些與數學有關的雜誌，這些都很值得大家長期閱讀，既可以了解數學界最新的成果，也可以吸收別人數學教學的經驗，一舉兩得，何樂而不為！

## 2、教育專業方面：

所謂「帶人要帶心」，要管理好一個班級，就要掌握學生的心，所以教育心理學很重要，或許有些人會認為讀那些教育理論沒有用，可是仔細想想，沒有用的東西為什麼可以屹立不搖，甚至還蓬勃發展呢？其實，每家教育理論都是那些大師累積下來的



經驗，「前人種樹，後人乘涼」，我們只要用心學習、仔細思考，自能活用這些教育方法。

### 5、其他學科：

如果要票選 10 大最歷久不衰的問題，那麼以下這一題一定可以金榜題名，就是：“為什麼要學那麼多數學，日常生活中，只要會加、減、乘、除就好了，為什麼要學那麼多呢？”對，如果你有志當數學老師，最好要有心理準備，一定會有學生問這個問題，那你有沒有把握說服學生心甘情願繼續學習數學呢？如果有，那恭喜；如果沒有，那從現在開始，對其他學科要稍微涉獵，這樣才能了解數學在這些領域的應用，日後當學生問這個問題的時候，你才有足夠的證據證明數學是很有用的！

Why?

### 4、關心社會及教育現況：

身為教育界的一份子，我們應該了解教育的走向，而要了解這個走向，你可以到書店去逛一逛，相信可以找到很多資料。現在關心教育的團體很多，制度外的學校也有，如果可以的話，勤勞一點，去看看他們是怎麼做的，讓自己的眼界更寬廣，這對自己是很有用的！

老師不只是把知識傳授給學生就夠了，還要能帶著學生看台灣，甚至看世界，因此社會的脈動我們要知道，而對社會脈動敏銳的，莫過於企業了，不要誤會，不是要你們加入企業，是建議大家可以去了解企業，要了解企業最方便的方法就是看坊間的雜誌，我個人覺得「遠見」、「天下」這些都是很夠水準的！

以上是我個人的一點拙見，純粹提供出來給大家做為參考，教育是人生大事，如何讓「教者輕鬆，學者愉快」，是我們必須要努力的。很羨慕你們還能享受學子生活，大學是人生中最精彩的階段，理解力提昇了，學習也有很大的自主空間，自己就是自己的主人，這麼好的時光，若不善加利用，那實在是太可惜了！



詩  
墨  
文  
寶



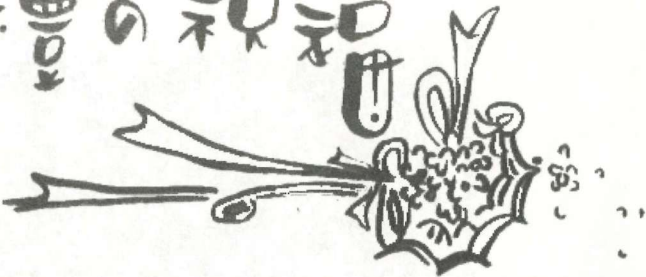
數 91 乙 蔡之

細雨涓涓瀉瀉地下著 一連數來日  
望向窗外時  
一片白茫茫、霧濛濛 也許天天是如此  
想看看遠處 我想試試  
卻始終是個格子

臨著窗緣 兀自默視  
用不著伸出手去 便知  
大台北正被沖刷著、侵蝕著  
犯不著探出頭去 也知  
這世界還在冰寒的毛毯裡頭

那 外頭兒冷著、凍著  
這 裡邊兒溫著、熱著  
但願裡邊兒的那端  
可別也涼了

# 婚禮的祝福



by 菲比

心裡喜悅雀躍著快跳出來了，玫瑰色的蝴蝶在我髮間成結，蕾絲鑲過我的胸前，滑溜下我幾週前就開始節食而纖細的腰，不像洋娃娃般誇張的大蓬裙，細軟的白緞將我腰部以下的曲線服貼柔順的展露無遺，華美的光澤泛出了我眼眶的淚，鏡子中的我就像是一個櫥窗裡的模特兒，受著自己眼光的打量，陌生的熟悉的奇異的神情，充結篇，我不會再為誰披嫁衣，除了你。一絲苦澀的甜蜜劃過心頭。

第一次看到你，我是頂著一頭全方位的西瓜皮，穿著汗臭半濕的體育服站在電風扇前涼快，你從樓上走下，兩眼和我對個正著，一咧嘴就看到你一口排列整齊的牙，那是我這輩子見過最溫暖的笑，你的眼，你的鼻，甚至你後來打電動輸我時牙咧嘴的那副狼狽樣，在我眼底，還是明晃晃的笑臉。

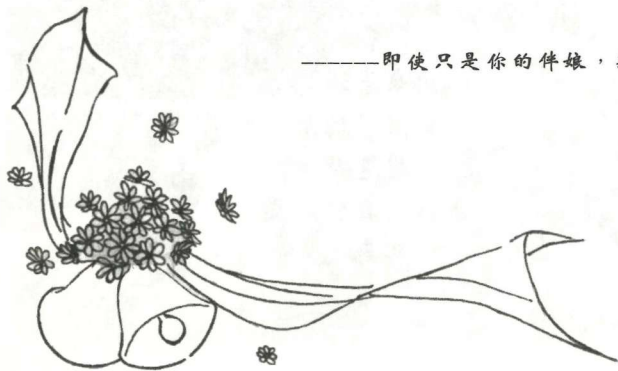
姊說你是沒神經的人，一點都不體貼，連柳下惠都比你浪漫，真是胡說，你明明就是在我喉嚨痛的時候扛了一大袋椰子過來，雖然說忘了把特價的標籤撕掉；在我聯考失利的时候陪著我到西子灣看海一整天，三天後那裡淹死了兩個國中生；玩大老二的時候，留著 Full house 也不放，只因為姊手上滿滿的牌。沒人比我懂你的溫柔，當你大手搓揉著我的短髮，笑我不像個女人，我就蓄起了千縷想你的青絲，只為留你的目光，卻勾了你的嘴角，笑我是八夜怪談，多了一夜價格不變，但我見你眼中讚賞的光彩，我就滿足爆了。剛剛你看到我時，一臉不可置信的跑



過來對我說：「你今天真美！」我真恨不得衝回化妝室，洗掉一臉彩繪，聽你再說一次，從來你也没誇過我的外表，衝著你這句話，就算是拿上天堂的鑰匙我也不換。

媽哭的鼻頭都紅了，又自認該有難過不捨的權利，掉淚也掉得大方，爸倒是顯得侷促，原諒他，他是沒嫁過女兒，當初娶老婆時也沒留意到老丈人的表現，看著頭梨梨的女兒，連帶的只有怨你又盼你，叨走他心上肉的小子，能給他一個安心的保證。我也只是一逗的掉淚，難過與喜悅輪番在心底上演，交錯複合的匯成我臉上斑駁的淚痕，時間是一座長廊，沿途掛滿燦爛風景，一幅幅從窗外掠過，快樂一步步逼近，恐慌也漫天襲來，交織成綿密的網，一把將我罩住，求救無門的幸福。

鐘聲迴響在耳邊，你英挺的身軀出現在我低垂的眼簾，看你緊張的僵笑著，我也輕顫了起來，我的夢想，遙不可及的夢想，快速的放映著，來不及記憶，只剩私密快樂的承受。細語的，喃喃地，誰在輕觸我的童話，喚我回現實，他問你願不願意娶江方桐為妻，不論貧苦、疾病也不棄她，終生愛她、敬她，毫無怨言的過一生，你說我願意，伴隨著頭部的大幅擺動，你還是在緊張，不用問了，不用問了，我愛了你整整八年，哪裡還有問號，是一整排的驚嘆號串起我的瘋狂，不斷的逗號引你來我心房，到底的空白等著隨你昂揚，就要脫口拋出承諾，耳邊響起輕輕清清一句「我願意」，就這樣，看著你將永恆的璀璨套進纖白的手指，我的快樂到達滿致，淚水也已滿溢，這是我 happiest 的時刻：有我的你的婚禮，跟你聽結婚進行曲……



——即使只是你的伴娘，親愛的姊夫



by 菜蟲跟知了

倒了  
缺了  
血 不再脈動  
不再舞  
動...

替缺的黑夜裡  
劃出血光  
人間道  
衰缺  
四起

喜悅 走得無息  
卻  
缺來了滅絕  
喚醒了輪迴  
將生命  
丟往無底的深淵  
不再吶  
喊



誰能解釋  
究竟甚麼是生命？  
好脆弱...  
真的好脆弱

沉默的大地  
漂泊的朵雲  
林森的野物  
缺缺鳴出  
人間無窮的悲苦  
與無助

不再受制！  
決心抗拒！！  
從人心竄出了憐憫  
自是 憐憫不再憐憫  
卻是  
力量  
煉獄不再是煉獄  
卻是  
生命共同體

不再願 將死生遞給上帝  
作裁決...

真心再對 921 大地震的死難  
照哀



數89乙 陳建璋

在這篇故事開始之前,我想先談談關於寶藏的事。

說起來,只要是正常的人,通常都曾做過“如果有一天被我發現了寶藏,我只要十分之一就會一輩子吃不完了”之類的白日夢,特別是才剛看過有關寶藏的漫畫,小說或電視劇的上班族或公務員,因為對這些人而言,所謂的“發財”跟“神話”是完全相同的意思,這些人每天擠沙丁魚,努力工作,但所得的收入通常不會和他們的工作量成正比,而且,也幾乎不可能有特別的機會讓他們一夕致富,除非是賭博或是做額外的投資,但這些方法的風險又不少,到最後連本都賠光的可能性也不是完全沒有,而唯一看起來沒什麼風險,又能一夕致富的,就是在某天的一個無聊的下午,很意外地在家裡的庭院的大樹下挖出一堆價值不菲的寶藏……

價值不菲的寶藏哦~~可能是布滿黑色銅鏽的古錢幣,也可能是茶色帶著青色花紋的瓷花瓶,當然也有可能是一堆閃著亮眼的金黃色,由純金所鑄成的金塊,金條,金項鍊,或是金色的十字架……總而言之,只要隨便挖出一樣,當場就變成億萬富翁,不需要抽籤,不需要排隊,也不用等下輩子,當場就是富翁了...光想到就覺得很心動..

雖然這樣的白日夢有很多人都在做,但似乎很少聽到有人真的在庭院的某棵老樹下挖到什麼值錢的東西,事實上不要說是值錢的東西,就連不值錢的東西都挖不到,除了一堆黑黑的爛泥巴,和幾隻蚯蚓或一堆螞蟻之外,所以,絕大多數的人不會因為做這樣的白日夢,結果還真的拿圓鋤到庭院裡去挖挖看有沒有寶藏,畢竟不是每個人都很閒的,偶爾會有年紀小的孩子會真的去挖挖看,看能不能挖出什麼東西來,當然,結果還是一樣的~不過就算是這樣的情況,仍然有人想去試試看,看能不能在某個荒島或是廢棄的破船中找到寶藏,他們花許多時間和金



錢去收集有關寶藏的情報,然後花費大量的人力在搜尋傳說中的寶藏,雖然在許多的情況之下,他們都會徒勞無功,然後被一群人嘲笑,再被另一群人責備,最後連自己也懷疑自己是不是被什麼東西附身才會做出這樣沒有大腦的事,不過,就是有少數人居然真的找到了許多的寶藏,接著成為億萬富翁,接著成為和一般人不同等級的人...不同等級的人...

至於我個人對寶藏的看法,則是抱持著”姜太公釣魚”的心態,如果能夠讓我找到寶藏的話那是最好不過啦!不過如果沒有,那也無所謂,不過我倒是對尋寶的人有一種特別的,像佩服愛因斯坦那樣的佩服感,並不是因為他們可以找到寶藏,而是因為他們努力的心態,試想,今天叫你做一件非常有可能毫無收獲的工作,你肯嗎?答案當然是很明顯的,除非擁有不畏懼失敗的勇氣和過人的智慧才有可能做到這樣的事,當然,就某種角度來看,這些尋寶的人跟精神病院的病人沒有什麼兩樣,不過我還是覺得這樣勇敢的人很了不起。

現在,故事開始...事件開始於一個非常無聊的下午..

我所謂的非常無聊的下午,並不是真的完全沒事做,反過來說,我搞不好有許多做不完的事,例如說掃掃地,擦擦桌子,或是看看書,看看電視,如果要認真地做這些事,恐怕一個下午的時間都不夠,應該不會那麼無聊才是,不過每個禮拜之中就是會有幾個,突然地不想做家事,不想看電視,不想看書,然後剛好家裡面只有你一個人,因此連聊天的對象都沒有,結果就是不知道到底該做什麼事,到最後只好睡一覺的下午,我指的無聊的下午,就是這樣的下午,像這樣的下午,如果能好好的睡一覺的話那倒是還好,但如果剛好昨天睡太多結果下午睡不著時,這樣的無聊可是會像被卑鄙的蚊子偷咬好幾口一般,渾身上下都不舒服,但就是無法趕走這隻該死的傢伙,就連抓起來殺死也不行,結果就是一直無法讓自己安靜下來,最好只好勉強找一些事來做,但仍然無法趕走這隻可惡的蚊子。

討厭的蚊子..

就在我快蚊子騷擾到抓狂之前,突然來了一通電話,一通很奇怪的電話..

“還記得我嗎?”電話裡傳來一個陌生女子的聲音,我似乎不曾聽過這個聲音

“這...我想你找錯人了,我應該不認識妳吧!”我搖搖頭用十分抱歉的口氣說

“看來你果然忘記我了,不過這也不能怪你,畢竟很久沒





有見面了”她一邊嘆氣一邊說

“我想妳真的找錯人了”我思考了一下繼續說，“如果我們真的認識，我應該不會完全記得妳的聲音的，但我真的無法在我的腦海裡找出有關於妳的聲音的痕跡，連草履蟲大小般的痕跡都找不到呢！所以就請妳不要再開我玩笑了好嗎？”我有一些生氣了。

“先不要生氣嘛！我並沒有開你玩笑哦！我們以前真的是認識的，只不過很久沒見了，我也找了很久才找到你哦~因為你搬家了，我靠很多關係才找到你的電話的”

那陌生女子用平順的語氣說著，聽起來不太像在說謊那種平順的語氣~

“哦...真的是這樣嗎？那妳為什麼不告訴我妳的名字呢？”我問道

“嗯...關於名字的事，我想先賣個關子，我相信你會想起來的，不過我今天來是有重要的事想請你幫忙的”

“幫忙??”

“嗯!”,那女的停頓了一下說,“你一定會有興趣的,而且這和我們是有關係的”

“有關係”,我嚇了一跳,“喂,這到底是怎麼一回事,請妳說清楚好嗎?”

“嗯...這件事在電話裡很難說明白,不知道我們可否見一面,讓我詳細的把事情告訴你呢?”她說,“四點,在十號碼頭附近的公園門口,我會在那等你,請你務必要來,好嗎?”

“我是可以答應,但我希望妳能給我一點關於妳是誰的線索,不然萬一被耍了怎麼辦,這樣可以嗎?”我問

“拼圖,帆船的拼圖”,她說“這樣你應該就會想起來了”

“拼圖?”我疑惑的說

“那我們四點見囉~拜拜”說完她就把電話掛掉了.她把電話掛掉的時候,時鐘剛剛好指著三點的位置.

帆船的拼圖??到底是那個傢伙呢?這樣想著的時候,我突然想起好像在我的櫃子裡好像有一幅帆船的拼圖的樣子.於是我趕緊到書房打開櫃子,終於發現了那幅帆船的拼圖,大概只有十寸的小電視螢幕那麼大,拼圖的正中央是一艘感覺起來年代很久遠,但十分的眼熟,好像在那裡曾看到過的大帆船,背景則是一片帶著疲倦的橘紅色的夕陽和閃著金光的海,帆船就在這樣的海航行,至於天空則有

幾朵孤獨黑雲飄著和幾隻飛來飛去的海鷗，令人感覺十分舒服的一幅拼圖，接著我翻到拼圖的背後，發現上面簽了一些字，“生日快樂 瑩”，看到這些字的同時，我的回憶像乾枯的井突然大量湧出的地下水，一瞬間我想起了有關她全部的事情。在完全知道了她是誰的時候，時間已經是三點五十分了，我立刻換上淺藍色的牛仔褲和寫著一些日文字的白色襯衫，然後便出發了。

十號碼頭附近的公園，像舒服地躺在沙發上的波斯貓般地，靜靜的座落在十號碼頭外約五百公尺外的一個十字路口旁，公園裡什麼樣的設施都有，包括小孩子玩的溜滑梯，鞦韆，可以讓人坐下來喘口氣的涼亭，或是情侶們很常使用的那種白色雙人座鐵椅..總而言之，所有公園裡該有的設施，這個公園幾乎都有，除了養著一堆鯉魚的噴水池之外，可以稱得上是很棒的公園。公園的入口正對著十字路口，我就在十字路口的紅綠燈下等著她的到來。大約等兩分鐘，瑩就出現在我的面前..

“好久不見了”她首先開口說道，“有想起我是誰嗎？”

“嗯..”我點點頭，“我們自從國小畢業就沒有在見過面了吧！”

“其實應該是說我們自從國小畢業就沒再說過話了吧！”她微笑的說

“真想不到你還記得我，有些意外”

“其實本來我也忘了有你這個人的存在，是因為某一天翻了國小的畢業紀念冊上面有你的簽名，我才突然想起你”她說

“是這樣啊~”我思考了一下，“可是為什麼你會突然想來找我呢？”

“因為想起了作文的事啊！”

“作文！”

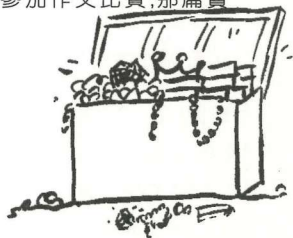
“關於寶藏的作文啊！就是你幫我寫的那篇啊~”

她說完這句話的時候，我開始試著在腦海的角落找尋有關寶藏的作文的回憶。

“我有幫你寫過作文嗎？”我問她

“有啊！就是因為你幫我寫那篇作文，結果害我被老師叫去參加作文比賽，那篇寶藏的作文啊！”她用有些懷念的口氣說著，“你想起來了嗎？”

“啊~想起來了”腦袋的電燈泡終於亮起來了，“那次你選得最後一名對吧！”





“都是你害的哦~”她微笑的說

“喂~妳不會為了這件事，結果今天要來找我算帳吧!”我用懷疑的眼神看著她，“妳應該不是這麼會記恨的人吧!”

“嘿..你不用害怕，我不是那種人啦!不過...”，她停頓了一下繼續說，“我今天的確是為了寶藏的事來找你的”

我瞪大了眼睛看著瑩，我完全不了解她說的是什麼意思。

“等等，我現在有一些混亂了哦!所以請妳從頭到尾好好說明這件事情，可以嗎?”

她點點頭，然後開始說了，“我現在就讀於 A 大的地理系，這件事你知道嗎?”

“我不知道”我搖搖頭。

“嗯..有一天，我們的教授叫我們在暑假的時候，去某一個小島上做地理探查，並要我們寫出約一萬字的報告”她比出”一”的手勢，“所以我就選擇了我們這裡附近的一個僅有幾百人居住，感覺還不會太荒涼的小島，說到這裡你了解嗎?”

“嗯，沒問題”我點點頭，並示意要她說下去

“我在暑假的第一天便住進了那個小島，那裡的人都對我非常好，他們會告訴我很多有關這個小島的奇怪的事，結果有一天有一個老人跑過來告訴我，他手中有一張藏寶圖，寶藏的位置就在這小島的某個地方，他希望我能幫他找出來，並答應我如果我能幫他找出來，他會把寶藏分給我”

“藏寶圖?”我一邊皺眉頭一邊說，“那會不會是騙人的玩意啊?”

“嗯..我一開始也以為那是騙人的玩意，所以我跟他說老伯這樣騙人不好哦~，可是那老人卻說他沒有騙我，並告訴我如果我答應幫他尋找，他就會立刻把藏寶圖拿給我。”

“那妳的決定呢?”我問

“我想了想，覺得反正是要來地理探查的，短時間不會回去，而且如果真的能找到寶藏的話，那可就真的太好了，所以我答應了他，但我跟他說，我必須再找一個男生來幫我，他說可以..”

“結果妳就來找我了?”我插嘴道

“嗯，因為一想到寶藏我就想起了你所寫的有關寶藏的作文，而且總覺得在這裡我也找不到其他我可以信任的人，除了你之外，畢竟我們過去的交情是非常的好的，不是嗎?”她笑著說



我點點頭,然後足足有三十秒的時間,我一邊望著天空,一邊思考這整件事的經過和關於寶藏的事。

“你覺得如何呢?可以答應嗎?”她問

“嗯..好吧!不過話先說在前,我不一定能幫妳找到寶藏哦~所以不要對我寄太大的期望哦~”

“先找了在說嘛!好,那明天我們八點就在十號碼頭見面,我帶你帶到那個小島去,你可以嗎?”

“好,那就是這樣囉~”我點點頭。

“太好了,我就知道你會答應的,只是..”她停頓了一下繼續說,“希望你對這件事保密”

“沒問題,那明天八點見囉~”

“嗯..byebye”

她說完之後,她一邊看著我,一邊走向她的機車那兒,最後騎上機車,向我招招之後她就離開了。

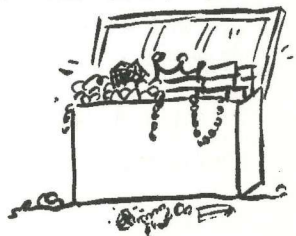
“真是奇怪,怎麼會有這樣的事呢?”我心裡想著。

一邊想著這些問題,一邊開始覺得害怕起來,因為所有的事情就像是突如其來的大海嘯,絲毫沒有預警就突然地向我撲了過來,等到我搞清楚到底發生了什麼事,我早就被捲進一個我不曾體驗過的新世界裡,或許,我可以在這個新世界裡找到些什麼,但也有可能就一輩子得在新世界裡生活下去了,一想到這裡就特別的害怕,不過現在似乎已經不能回頭了。

晚上,我告訴家人明天我將要去找個朋友,可能過幾天才會回來,家人雖然不怎麼放心,因為我並沒有把事情交代的很清楚,不過他們也沒有特別的反對,所以並沒有太大的問題,接著我開始準備一些明天出發所需要的東西,包括手電筒,電池,小刀..等一些野外專用的東西,和乾糧之類的東西,最後在隨便把幾件衣服塞進背包裡,東西大致上就準備的差不多了.準備完的時候,牆上的鐘正指著十二點的位置,於是我就上床睡覺了。

“幫我寫一篇有關寶藏的作文好嗎?”瑩用懇求的語氣說著

“那是妳的回家作業耶~怎麼可以叫我幫妳寫呢?”





“唉，我就是寫不出來啊~怎麼想都想不出來啊!可是明天就要交出去了，你就幫幫我嘛!”她合起雙手說著，“好啦!我親愛的同學~”

我想了一下，然後很勉強的點點頭，“下不為例哦~”我說

“下不為例!”她很高興的說著。

“那~這個給你”

“幹嘛給我拼圖啊!”我看了看說，“這拼圖到挺好看的，只是為什麼..”

“生日快樂~”她插嘴道，“今天是你的生日啊，忘記了嗎?”

“的確忘記了”

“喜歡嗎?”她看著我問道

“沒有理由不喜歡啊!”我說，“謝謝妳囉!”

“下一次換你送我囉~”

結果畢業之後，我再也沒有和她說過任何一句話，至於原因是什麼我不是很清楚，我猜可能是因為那個時候老師對男女交往抓的很緊，再加上男女分班的緣故，到了最後我們考上了不同的學校，就逐漸把彼此都遺忘了，而且是很徹底的那種遺忘..

有一點悲哀的結局...

睡醒的時候，是早上六點半的時候，因為是夏天的關係，太陽老早就升到天空上去，清晨的陽光灑進窗戶裡，像被雞毛氈子拂過般，帶著一種溫暖且舒服的感覺。窗外麻雀的叫聲不絕於耳，為安靜的清晨帶來熱鬧的氣氛，配合著涼涼的微風，真是很棒的清晨。而我就坐在床上，一動也不動地體驗這樣美好的早晨，大約十分鐘之後才下床去盥洗，等到一切的出門前的準備一切就緒，時間已經是早上七點了，因為時間還非常的早，因此我先吃了一份早餐，是土司加上肉鬆，蛋，和美乃滋的簡單早餐，然後再把報紙拿起來看，等到我把影劇版看完的時候，時間大約是七點四十分的時候，因為時間也差不多了，我留下一張紙條說我出去了，會打電話回來，然後就出去了。

到了碼頭的時候，我坐在碼頭入口附近的椅子等著她的到來，大約等了五分鐘，她就來了。

“來的好早哦~”她說

“我們什麼時候出發?”我問她

“八點整有一班船可以到那個小島,我們就搭那班船去。”

“那時間也差不多了,我們可以去搭船了哦~”

“嗯,那我們走吧!”

我們到渡口的時候,船剛好要出發,所以我們連等也沒等到,一下子我們人已經在船上了。

“大約多久會到?”我問

“三十分鐘左右。”她說,“不算太久的時間”

“嗯...”點個頭之後我就坐下來,然後一直看著窗外,然後在過來的十分鐘裡,我連像水龍頭滴水般些微的聲音都沒有發出來,只是一直想著接下來可能會發生的事,其實我還是對這件事有非常多的疑問,首先,為什麼瑩要找我一起尋寶呢?就算我們以前感情再好,可是畢竟很久沒有見面了,如果真的要找男生至少也該找她現在的同班同學啊,或者是她現在的男朋友不是嗎?其次,如果那老人的藏寶圖是真的話,那為什麼他不自己去挖呢?如果自己挖的話,那寶藏就可以一個人獨佔啦!又何必把這樣的事告訴其他人,讓其他人來分攤他的寶藏呢?而且,就算是要別人幫忙,那又為什麼不找自己認識的人幫忙,偏偏找上一個陌生的女子幫忙呢?還是說那根本只是老人窮極無聊的惡作劇呢!....總而言之,我現在就像是大霧中走失的旅人般,完全不清楚接下來會有什麼事發生....

“不要想太多哦~想太多對身體不好”她在我的耳邊輕聲的說著

“我只是覺得很多事很奇怪而已。”我說

“例如?”

“妳為何會來找我這件事”,我說,“我總覺得應該不只是關於寶藏的文章的關係”

“你不相信我嗎?”她說

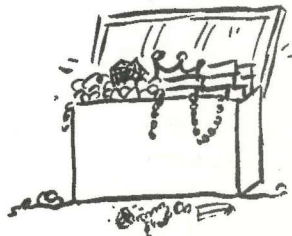
“不是不相信,只是一切來得太突然了,好像有什麼東西卡住我的腦袋一般”

“那為什麼你又要答應呢?”

“因為不知道該如何拒絕啊,因為妳來找我,或許有妳的理由也說不一定,如果說就這樣斷然拒絕,感覺不太好啊”

她聽完之後,並沒有立刻答腔,大約十秒之後她才又說話,

“喂~如果真的有寶藏的話,你要怎麼辦?”她把聲音放小





了說

“如果有的話再說吧!”我回答。

“什麼嘛!”她似乎不太滿意我的回答,“真是沒有夢想的人哦~”

“不一定會有寶藏啊~而且如果真的有寶藏的話,到時再想也來得及不是嗎?”

她微笑地點點頭,接著便把眼睛閉上,一下子就睡著了,我則跟剛才一樣,繼續看著窗外,一直到目的地為止~

八點三十分的時候,我們終於到了目的地..

目的地是一個十分落後的村莊,雖然能夠叫得出村名,但感覺起來像是為了證明這個小島是歸縣政府所有而勉強取的村名,不要說是一般的縣民,或許縣長本身也在懷疑是不是真的有這個小島也說不一定,至於小島上的房子,幾乎都是由一般的柳安木材作的木製房屋,房子的外貌,因長年的風吹雨打的緣故,有些變成了黑色,而且還長滿黑色的黴菌,有些房子則像是隨時都會倒的脆弱石像,有些則早已傾倒在路旁的小巷裡,幸好那兒沒有人居住。

一到目的地,瑩立刻帶我去找那個老人.他就這住在碼頭附近的街道的小巷子裡,感覺有些陰森的小巷子..

“次郎先生,你在嗎?”瑩在門外大叫著

我們等了約十秒鐘,才聽到一個緩慢並帶著某種蒼涼的節奏的腳步聲逐漸向我們靠近,大概又走了十秒鐘,腳步聲像吉他的弦斷掉一般停住了,接著,薄薄帶著一些蟲蛀的缺口的門打開了,出來是一個滿面皺紋,黝黑膚色且有些駝背的老人,他看到我們,立刻開口就問...

“他就是妳找的男生嗎?看來是個可靠的男生。”

“你好”我向他微微的鞠躬

“嗯..不知道可不可以給我們看藏寶圖了呢?”瑩說

“當然可以啊,請你們進來”老人用愉快的神情說著

接著,我們便走進那間房子裡,房子一進去就是客廳,不是非常大的客廳,大概十來坪大小,至於擺飾除了供奉菩薩的神台之外,只有三張用藤編的涼椅和一張專門喝茶的小茶桌,那老人請我們在涼椅上,自己則進去另一個房間,大約五分



鐘之後,才看見那老人從房間走出來,手上還多了張像牛皮一樣的,並隱約可以看到一些標記的黃色的圖.然後,老人便把小茶桌搬過來,並把這張圖攤在茶桌上.

“這就是藏寶圖嗎?不是很大張的圖嘛!”瑩說

“嗯..”老人一邊坐下一邊說,“這張藏寶圖是我父親傳給我的哦”

“藏寶地點就在這個小島上?”我問

“就圖來看應該是,但實際上我不曉得正確的位置,因為並沒有寫的很清楚..”

“啊~那要怎麼找啊~”瑩看著老人疑惑的問

“這裡不是有一段文字,上面或許寫的藏寶的地點”老人指給我們看

瑩把這段文字念出來~

「七月漲潮的時候,抬頭看看天空的北斗星並祈禱吧!突然之間,北斗星便會順著月光落到凡間,門也將打開,命運從此決定...」

“好奇怪的文字,什麼北斗星會掉落的”瑩摸摸腦袋說

“次郎先生,你父親有跟你說過什麼嗎?”我問他

“不知道...沒有印象”次郎先生低著頭沉思了一下,“我本身不太認識字,所以也看不太懂它在寫什麼”

“看來我們大概需要花時間來搜尋一下這個島,看那裡最有可能了”我說

“看來也只有如此了,不過我們可能也沒多少時間了”次郎先生說

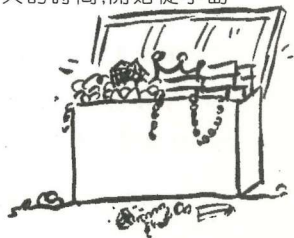
“為什麼呢?”瑩疑惑的問

“因為漲潮的時間快到了”我插嘴道,“今天已經是七月七號了,也差不多快漲潮了.”

“十二號晚上 12:00 點整就會漲潮,所以我們可能要快一點,不然或許要等明年哦~”

老人說完這句話之後,我和瑩不約而同的點了頭...

自從看到藏寶圖的那一天起,我們就開始花一整個白天的時間,開始從小島的東邊開始尋找有可能的藏寶地點.不管是又黑又深的海蝕洞,或是崎嶇不平,間雜著珊瑚屍體的石灰岩山,或是布滿灰黑色污泥的沼澤,只要能去的地方,我們都去看看,看能不能找到跟北斗星有關係的地點,因為我們一致的認為北斗星不可能真的從天上落下來,一定是地





面上有個跟北斗星很像的地標之類的東西,不過不管我們怎麼找,卻完全毫無線索,就連跟北斗星有關的一切如北斗星的俗名之類也完全無法找到可以連結的那個點,就這樣四天半的時間過去,卻徒勞無功.到第五天晚上,因為已經是最後一天了,雖然很危險但我們還是決定要出去碰碰運氣,所以把需要的裝備準備好之後,我們立刻就出發了,只是一直到大約十點的時候,我們仍然跟之前的情況一樣,完全沒有斬獲,再加上最近幾天一直努力的尋找藏寶地點,我們非常的累,特別是次郎先生,所以經過協議,我決定找一個視野較好的石灰岩小山休息一下...

“真是累死了”,瑩一邊喝水一邊說,“一點結果都沒有”

“次郎先生該怎麼辦呢?”我問

“咳~如果再找不到,那只好算了,這個藏寶圖雖然是父親留給我的,但也有可能是騙人的”次郎先生嘆了口氣繼續說,“不過我還是得感謝你們這幾天來的幫助就是”

“不要這麼洩氣啊~還有機會的”瑩說

“嗯..其實我有一直有個問題想問次郎先生呢!”我想了一下說,“為什麼次郎不自己去找寶藏或是找認識的人陪你去找寶藏,而要找我們呢?”

“不要問這種問題啦!好像很無禮的樣子”瑩說

“哈哈哈..理由其實挺單純的”次郎先生笑著說,“因為沒有比你們更適合的人選啊?”

我搖搖頭.“這句話是什麼意思呢?”我問

“哈哈..就是所謂的信任感啊~打從我第一眼看到這位小姐時,我就覺得很信任她,覺得可以請她來幫我找寶藏,同時我也相信她找來的人可以幫我找寶藏”次郎先生點了一根煙之後繼續說,“這年頭可以相信的人很少,特別是我這樣無親無故的老人,我總有一種預感,如果我今天找的是別人,在寶藏找到的同時,或許也是我喪命的時候也說不一定”

“可是你怎麼知道我們不是這樣的人呢?”我追問下去

“等到你們跟我年紀一樣的時候,你們也會有這樣的能力的”

“不過看來寶藏是找不到了,因為時間都快到了”瑩嘟著嘴說

“該來還是會來的”次郎先生緩緩的說,“說是要找寶藏,其實只是想看看到底寶藏是長什麼樣子的,所以如果真的沒有,那也沒有很大的關係,只是你們辛苦了”

次郎先生說完之後,便一邊把煙抽完,一邊抬頭看看夜空,而我則靜靜的看著

遠方暗暗的不知名的小山頭，滿天的星斗，高掛在天空的月亮配合著暗暗的小山的景象，總會讓我感受一種類似全部的人都睡著了，只有你還醒著的那種寧靜。真是很棒的一幅圖畫。瑩則不知道在想什麼，一個人在那兒像希臘女神的石像般一動也不動。而我們就這樣保持沉默，直到我突然看到一個異狀發生..本來一直是暗暗的小山頭，不知道為什麼居然發出了一個像數億光年外的星星發出的黃色光點，一開始只有一個光點，後來變成兩個，三個.....簡直像是進行無性生殖的草履蟲般，到最後，光點終於變成了七個，然後就像死去了般，光點不再增加。看到這景象，某種東西突然敲了一下我的腦袋..

“我知道了..”我拍了一下手說，“你們看！”

他們不約而同把頭轉向小山頭那邊，接著不到五秒的時間，他們也知道發生什麼事了~

“我們找到了”，瑩高興的說，“我們趕快去那邊吧！”

接下來，我們以我們最快的速度，直往那個發出亮光的山頭前進，但我們還是花了快三十分鐘才到達那個山頭，那時，時間已接近十二點了。到了山頭上，我們才發現原來這裡有七個表面光滑，形狀像大海龜的大石頭，所以當月光反射的時候，遠處看起來就會像北斗星發出的黃色光點一樣~

“最後只剩下門的位置了！”瑩高興的說~

“這個地方我們好像沒有來過耶~”我說

“嗯....應該沒來過~”次郎先生說，“如果有的話應該會對這七個大石頭有印象吧！”

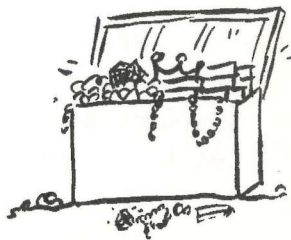
“時間並不多了，我們要快一點找到門”我說

我們二話不說，就開始找跟門有關的洞穴或石窟，不過那邊似乎很難找到跟洞穴和石窟有關的東西，整個山頭望過去，一片不太崎嶇的石灰岩山頭..最後我們終於在北斗星的“杓子”尖端那裡找到一個被石門封住的山洞，石門感覺起來好像是特別為了某個特殊目的而砌出來的光滑石門，至於山洞的深淺單就外觀上我不太能判斷，非得真的走進去才會知道吧！

“是這裡嗎？”瑩問

“我想應該是，因為也沒幾座石門啊！”次郎先生說

“到十二點再看情況好了”我點點頭說





於是我們開始等,到了約十二點的時,突然之間好像突然走入次元間某個夾縫般,我們感到一陣錯愕因為我們的四周的被黃色的光亮包圍,我們的眼睛連一點都張不開,實在是太強烈的光,等到我們能打開眼睛的時候,已經是兩分鐘之後的事,結果一打開眼睛,就發現石門被打開了...

“門打開了耶~”瑩說著,“為什麼連一點聲音都沒有呢?”

“有些可怕,我們真的要走進去嗎?”我說

“既然來了就進去看看嘛!”次郎先生說

我們在取得共識之後,我們便走進洞穴,不是很大的洞穴,大約只能容納一個170公分的人的身高,不過洞穴倒是比想像的來得深,而且十分的曲折,幸好一路上並沒有發現一些奇怪的生物,如蛇之類的,我們走了快三十分鐘之後,我們終於找到了寶藏,寶藏就在洞穴的盡頭,一堆金光閃閃的金塊,金條和一切由金子鑄成的擺飾品,如花瓶,外圍刻有花紋的盤子...,我們看到寶藏的時候,我和瑩高興的抱了起來,次郎先生則高興的把金塊和金條抱起來,然後發出好像從沒這麼高興的笑聲..不過我個人倒覺得有些奇怪,我們居然能沒有太多阻礙就找到寶藏,感覺起來好像太簡單了一些...接著我們把金塊和金條塞滿我們的背包,每個人能拿多少就拿多少,結果這樣還是沒能完全拿完,不過我們已經非常高興了,接著我們就走出洞穴,心滿意足的回家睡了一覺~

隔天醒來的時候,我們三個人便搭八點三十分的船回到我住的小鎮上,並找到一家銀樓店,準備先賣掉一部份的金塊和金條~結果居然發生了意想不到的事~

“你們啊~”銀樓的老闆提高了語氣說,“怎麼可以拿假的金塊來騙我這個鑑定金塊的高手呢!”

我們三個人聽完之後目瞪口呆,一句話都講不出來~

“咳~我不知道你們是不是故意的,不過如果要騙也要拿些純度的 k 金來騙啊!結果你們居然拿鍍金的銅塊,這樣也未免太過份囉~”

等老闆說完了這些話,我們向老闆道了歉說我們搞錯了,之後便受到驚嚇的麻雀般快步離開那裡,然後又趕緊找了一家銀樓店,結果這次居然還差點被老闆扭送警察局,是看在次郎先生已經年老的份上才平息這件事的,後來我們終於了解到為什麼我們能那麼輕易找到寶物了,因為那些東西根本就不是什麼寶物..



“我看是某位高人設計給小孩子玩的藏寶圖吧!”次郎先生搖搖頭說.我和瑩則完全同意這個想法.

次郎先生決定直接坐船回去,我和瑩則一起送行..

“很感激你們,年輕人”,次郎先生一邊握著我的手一邊說,“跟你們一起在真的挺快樂的,雖然沒找到寶藏有一些遺憾”

“不會啦!沒寶藏也好啦!這樣比較沒有壓力”我說

“老爺爺不多留幾天嗎?”瑩有些傷感的說

“咳~我還是回到我住的地方我比較習慣~畢竟那裡才是屬於我的地方”次郎先生微笑的說

“那些寶藏怎麼辦?”我問

“留做紀念品吧!畢竟也是辛苦得來的,哈哈..”次郎先生點了一根煙說,“東西的價值不是用金錢衡量的,是我們自己決定的”

我和瑩點點頭.大約在過五分鐘之後,船就來了,次郎先生向我們揮揮手之後,就上船走了~~

“有空來找我啊~年輕人”那是次郎先生留下來最後的一句話~

我和瑩去吃了小學畢業以來第一次的晚餐~

“關於這次的尋寶記,你有什麼感想呢?”瑩問我

“總覺得像做了一場大夢,一直到現在好像還沒醒過來~”我喝了我的飲料

“還沒醒?”瑩不解的問

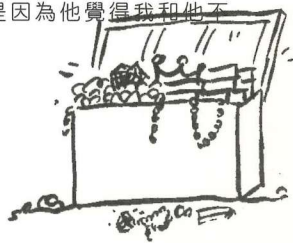
“就是因為妳啊~夢就是由妳開始的,妳還沒有消失在我的眼前,所以夢還沒醒”

“希望我趕緊離開嗎?”

“我不是這個意思,我只是對妳的出現覺得不解而已,為什麼這麼久了,妳還會想到我呢?”

“我和我的男朋友分手了”瑩一邊喝著飲料一邊說,“理由是因為他覺得我和他不適合,雖然我知道這是假的理由,我知道他有新的女友”

“某一天的夜裡,我做了一個夢,我夢到你努力的幫我寫寶藏的作文,那樣的夢不知道為什麼,有一種令人懷念的感覺,彷彿是昨天才發生一般的事,醒來之後我大哭





了一場”

“所以最後就來找你了,但不是想把你當成一種慰藉,只是單純的懷念而已  
哦!”瑩微笑的說.

“我了解了~”我點點頭說,“或許這是緣份吧!”

“就是緣份啊~”瑩說

我和瑩吃完了晚飯之後,瑩決定要回校去交報告了,所以我送她到車站~

“這樣走未免太匆忙了吧!”我試著挽留她

“沒關係,反正我現在也很少回家,而且我行李還留在學校,必須回去拿才行”

“是嗎?好吧!”我點點頭

“再見囉~下次回來我在去找你”瑩說

“嗯~再見~”

“對了,我想告訴你,這次尋寶雖然是一場夢,但是是一場溫暖的好夢哦~”我說,  
因為遇到了妳”

“嘻..”她高興的點點頭,就上車去了.不過從此卻再也沒有她的消息,拿起畢業紀念冊,地址早換了,電話也換了.

這件事發生後的某個晚上,我也做了一個夢,夢見了她送我那幅帆船的拼圖,  
並且對我說了一句話”下一次換你送我了””

只是我也不知道我何時才能送她生日禮物...這是我醒來的第一個念頭.

最後還是想在說說寶藏的事~我總覺得勇敢的去追求寶藏是一件很有意義的事,不論到最後是否能找得到寶藏,因為至少已經努力過了..只是在尋找寶藏的  
同時,最好要有心裡準備,不是所有的寶藏都是像想像中那樣的有價值,或許你  
所努力追求的寶藏只是一堆看起來像寶藏的破銅爛鐵哦~當然,如果你真的不在  
意的話,那也沒關係哦~

2000,3,24 完成於 2418

# 春源中醫診所

全民健保特約醫院

院長：陳清源

現任三軍總醫院婦產部特約醫師

✉：臺北市汀州路三段 167 號

☎：02-23687392

# 詠春 跌打損傷 診所 脊椎整復

各大保險公司特約診所

中醫師親自駐診

脊椎整復 風濕痺痛

主治科目：跌打損傷 久年酸痛

扭傷閃挫 疔瘡腫毒

✉：臺北市汀州路三段 167 號

☎：02-23640363

$$x:y = (y-x):x$$

Golden Number

$$\frac{y}{x} = 1.6180339887$$