

國立台灣師範大學數學系

103 學年度大學甄選入學指定項目甄試試題

筆試二 填充題

說明與注意事項：

- (甲) 本試卷共十題（共兩頁），每題 10 分，合計 100 分。
- (乙) 作答時間 90 分鐘（下午 3：30~5：00）。
- (丙) 請將答案寫在答案本內，否則不予計分。
- (丁) 答案需註明題號，但不需寫計算過程，答案若為分數請化為最簡分數。
- (戊) 交卷時答案本與本試卷一併交回。

1. 若 a 、 b 是實數且 $a+b=3$ ， $a^2+b^2=6$ ，則 $\frac{a}{b^2}+\frac{b}{a^2}$ 的值為 (一)。
2. 已知直線 L 的方程式為 $x-\frac{2}{\sqrt{3}}y+2=0$ 。將 L 對直線 $y=\sqrt{3}x$ 鏡射，得到直線 M ，則 M 的方程式為 (二)。
3. 已知三角形 ABC 為銳角三角形，且 $\angle B=\angle C=\theta$ 。
若 $\sin \theta+\cos \theta=\frac{4}{3}$ ，則 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ 為 (三)。
4. 設 $f(x)=x^4-2014$ ，則與 $f(x)=0$ 的正實根最接近的整數為 (四)。
5. 某次考試共有 17 人參加，平均數為 80 分、標準差為 10 分。則這 17 人當中，得分未達 60 分者至多有 (五) 人。

參考公式：平均數 $\bar{x}=\sum_{i=1}^n x_i/n$ 、標準差 $=\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i-\bar{x})^2/n}$

6. 若 b 滿足 $\log_{10}(4^b + 9) = (\log_{10}6) + (b\log_{10}2)$ ，則 $b =$ (六)。

7. 令 G 為下列六條線段的聯集所成的圖形：

$$L_1 = \begin{cases} x=t, & 0 \leq t \leq 1 \\ y=0, & \end{cases} \quad L_2 = \begin{cases} x=t, & 0 \leq t \leq 1 \\ y=1, & \end{cases} \quad L_3 = \begin{cases} x=0, \\ y=t, & 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$$
$$L_4 = \begin{cases} x=1, \\ y=t, & 0 \leq t \leq 1 \end{cases} \quad L_5 = \begin{cases} x=t, & 0 \leq t \leq 1 \\ y=t, & 0 \leq t \leq 1 \end{cases} \quad L_6 = \begin{cases} x=t, & 0 \leq t \leq 1 \\ y=1-t, & 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$$

若直線 $L: mx - y - 1 = 0$ 和 G 恰交於三個點，則 m 的解集合為 (七)。

8. 在坐標空間中，已知平面 E 通過三點 $P(2,0,0)$ 、 $Q(0,-3,0)$ 、 $R(0,0,a)$ ， $a \geq 0$ 。

若 E 與 yz 平面的夾角為 45° ，則 $a =$ (八)。

9. 甲有 10 顆相同的糖，每回可拿走 1、3 或 5 顆，直到拿完為止。

問共有 (九) 種拿法。(拿糖的順序不同視為不同方法，例如“3,3,3,1”與“1,3,3,3”是不同的拿法)

10. 已知直線 L 通過拋物線 Γ 的焦點 B ，並與 Γ 的對稱軸夾 30° ，交 Γ 於點 A 。

若 $\overline{AB} = 1$ ，則點 B 到 Γ 的最短距離為 (十)。

參考解答

1	6
2	$y = 3\sqrt{3}x - 4\sqrt{3}$
3	$\frac{12+3\sqrt{2}}{14}$ (or $\frac{3}{4-\sqrt{2}}$)
4	7
5	3
6	$\log_2 3$ (or $\frac{\log 3}{\log 2} = \frac{0.4771}{0.3010} = 1.585$)
7	$(1 < m \leq 2) \cup (m = 3)$
8	$\frac{6\sqrt{5}}{5}$
9	47
10	$\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ or $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ (其中之一就給分)